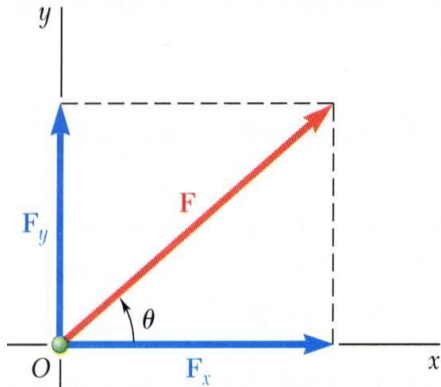
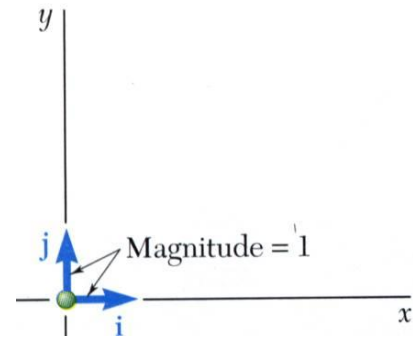


Ανάλυση δύναμης σε ορθογώνιες συνιστώσες: Μοναδιαία διανύσματα



- Μια δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$ που να είναι κάθετες μεταξύ τους. Οι εν λόγω συνιστώσες, ονομάζονται ορθογώνιες συνιστώσες. Ισχύει φυσικά :

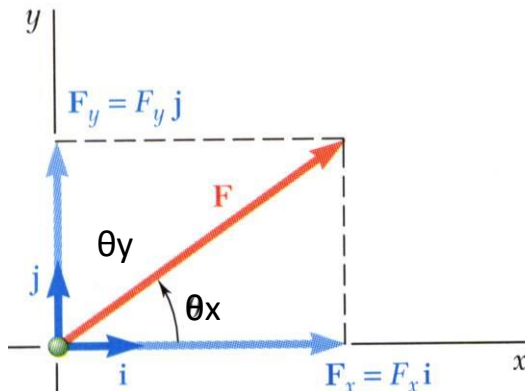
$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$



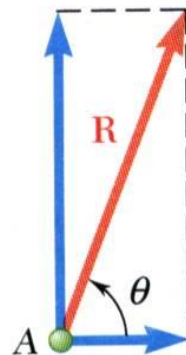
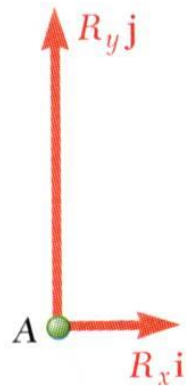
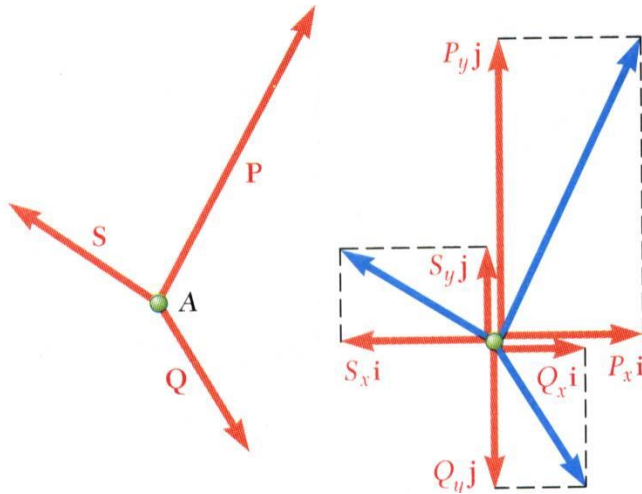
- Τα διανύσματα $\vec{i}$ και $\vec{j}$ που είναι παράλληλα με τους άξονες x και y αντίστοιχα και έχουν μέτρο 1 (μονάδα) ονομάζονται μοναδιαία διανύσματα.
- Οποιοδήποτε διάνυσμα, άρα και οι ορθογώνιες συνιστώσες, μπορεί να γραφεί ως γινόμενο ενός αριθμού επί το μοναδιαίο διάνυσμα κατά μήκος της διεύθυνσής του : $\vec{F}_x = F_x \vec{i}$ και $\vec{F}_y = F_y \vec{j}$, οπότε :

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \quad F_x = F \cos(\theta_x) \quad F_y = F \cos(\theta_y)$$

F_x και F_y : Μονομετρικές συνιστώσες της $\vec{F}$



Συνισταμένη δυνάμεων με άθροιση των ορθογωνίων συνιστωσών (αναλυτική μέθοδος)



- Ας υποθέσουμε ότι $\vec{R}$ είναι η συνισταμένη (τριών εν προκειμένω) συντρεχουσών δυνάμεων :

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$$

- Αν αναλύσουμε κάθε μια από τις παραπάνω δυνάμεις στις ορθογώνιες συνιστώσες της, τότε:

$$\begin{aligned} (R_x \vec{i} + R_y \vec{j}) &= (P_x \vec{i} + P_y \vec{j}) + (Q_x \vec{i} + Q_y \vec{j}) + \\ &\quad (S_x \vec{i} + S_y \vec{j}) \\ &= (P_x + Q_x + S_x) \vec{i} + (P_y + Q_y + S_y) \vec{j} \end{aligned}$$

- Οι ορθογώνιες συνιστώσες δηλαδή της συνισταμένης, δίδονται από τους τύπους :

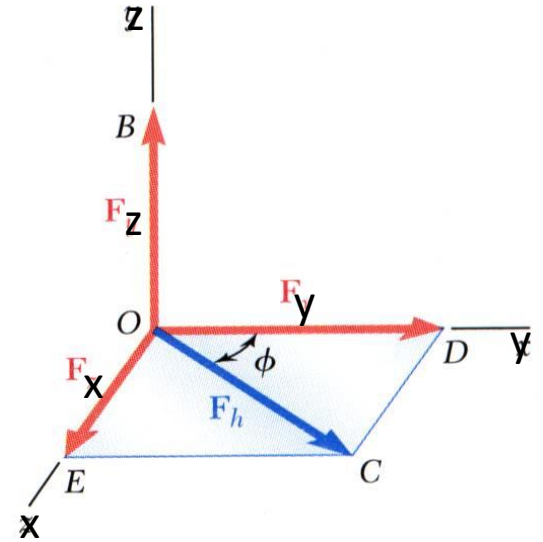
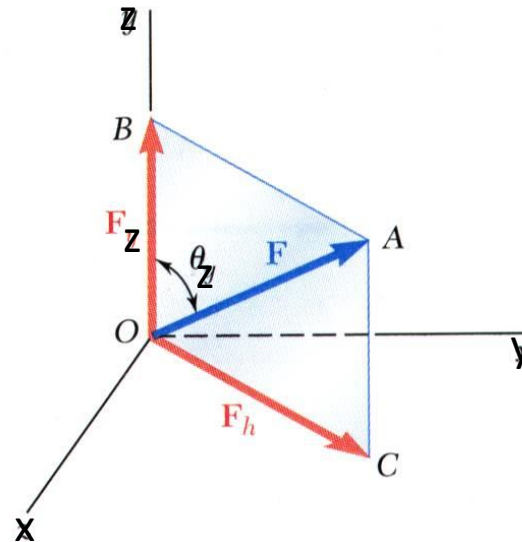
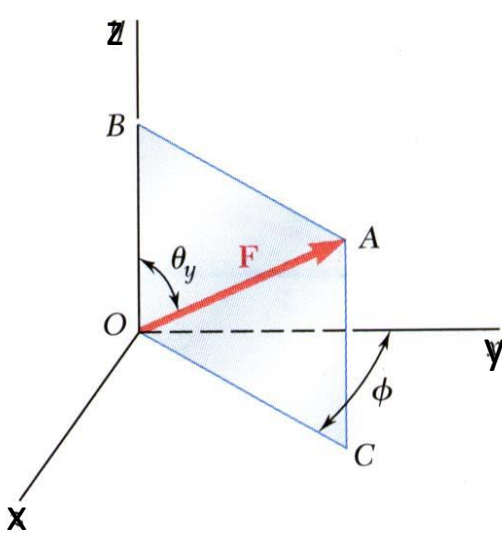
$$\begin{aligned} R_x &= P_x + Q_x + S_x & R_y &= P_y + Q_y + S_y \\ &= \sum F_x & &= \sum F_y \end{aligned}$$

- Κατ' επέκταση, το μέτρο και η διεύθυνσή της είναι :

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

Δυνάμεις στον 3Δ χώρο - Ανάλυση

Αν δίνονται οι γωνίες φ και θ_z (πολικές συντεταγμένες):



- Η δύναμη $\vec{F}$ βρίσκεται επί του επιπέδου $OBAC$.

- Αναλύουμε την $\vec{F}$ σε οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα:

$$F_z = F \cos \theta_z$$

$$F_h = F \sin \theta_z$$

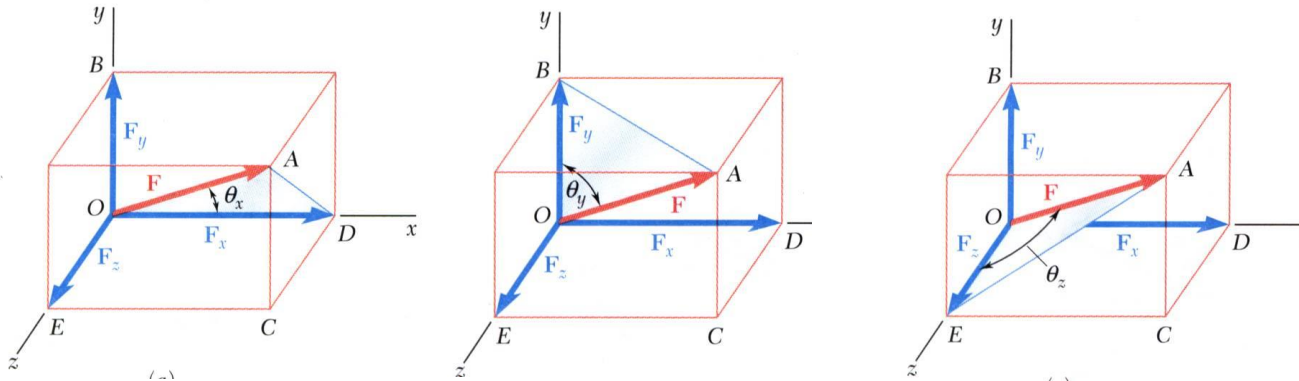
- Αναλύουμε την F_h σε ορθογώνιες συνιστώσες

$$\begin{aligned} F_x &= F_h \sin \varphi \\ &= F \sin \theta_z \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_y &= F_h \cos \varphi \\ &= F \sin \theta_z \cos \varphi \end{aligned}$$

Δυνάμεις στον 3Δ χώρο - Ανάλυση

Αν δίνονται οι γωνίες που σχηματίζει η δύναμη με τους άξονες:



$\vec{F}$

$$F_x = F \cos \theta_x \quad F_y = F \cos \theta_y \quad F_z = F \cos \theta_z$$

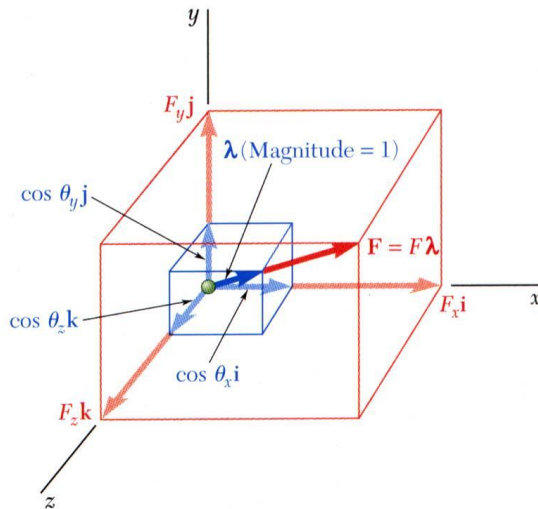
$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$$

$$= F (\cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k})$$

$$= F \vec{\lambda}$$

$$\vec{\lambda} = \cos \theta_x \vec{i} + \cos \theta_y \vec{j} + \cos \theta_z \vec{k}$$

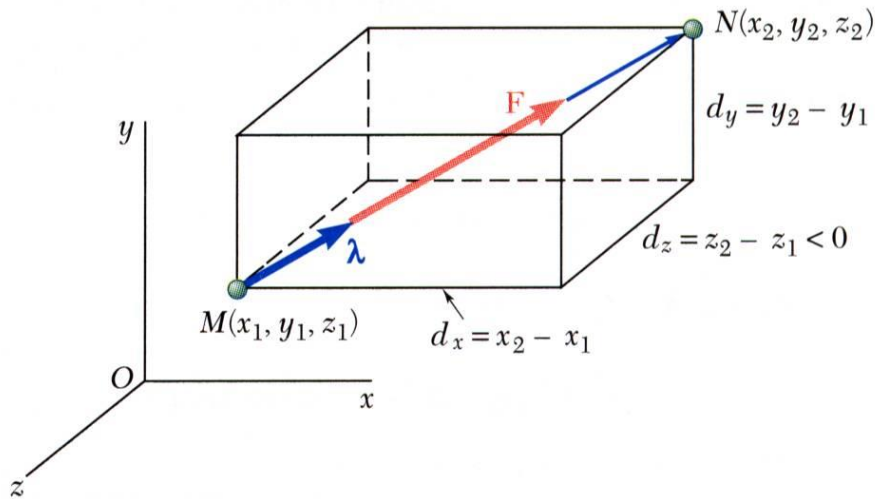
- $\vec{\lambda}$: μοναδιαίο διανυσμα κατά μήκος της $\vec{F}$



Δυνάμεις στον 3Δ χώρο - Ανάλυση

Αν δίνονται δύο σημεία στην διεύθυνση της δύναμης :

$$M(x_1, y_1, z_1) \text{ and } N(x_2, y_2, z_2)$$



$$d = MN = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\cos(\theta_x) = \frac{dx}{d} = \frac{x_2 - x_1}{d}$$

$$\cos(\theta_y) = \frac{dy}{d} = \frac{y_2 - y_1}{d}$$

$$\cos(\theta_z) = \frac{dz}{d} = \frac{z_2 - z_1}{d}$$