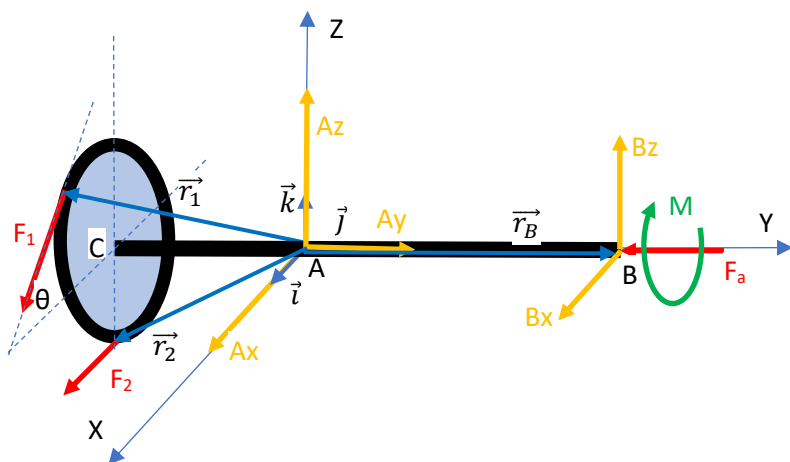


Άσκηση



Το σώμα «άξονας CAB – τροχαλία» στηρίζεται με κατάλληλα ρουλεμάν στις θέσεις A και B και δέχεται τις δυνάμεις F_1 και F_2 από τον ιμάντα της τροχαλίας, καθώς και την δύναμη F_a και την ροπή M από την κατασκευή την οποία περιστρέφει.

Η τροχαλία έχει ακτίνα R και το επίπεδό της είναι παράλληλο με το επίπεδο XZ . Οι δυνάμεις F_1 και F_2 βρίσκονται στο επίπεδο της τροχαλίας, η δε δύναμη F_1 σχηματίζει γωνία θ με τον άξονα X –

σχήμα.

Υπολογίσετε τις δυνάμεις A_x , A_y , A_z , B_x , B_z που οι στηρίξεις ασκούν στον άξονα καθώς και την ροπή M .

Δίδονται : $F_1 = 15000 \text{ N}$, $F_2 = 5000 \text{ N}$, $F_a = 20000 \text{ N}$, $R = 0.1 \text{ m}$, $CA = 0.1 \text{ m}$, $AB = 0.2 \text{ m}$, $\theta = 20^\circ$

Λύση

Αν ο άξονας με την τροχαλία στρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ισορροπεί (γιατί;).

Ισχύουν τότε οι συνθήκες ισορροπίας :

$$\sum \vec{F}_i = 0 \quad \text{και} \quad \sum \vec{M}_A^{F_i} = 0$$

Η συνθήκη ισορροπίας των δυνάμεων, αναλύεται περαιτέρω ως εξής :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x + A_x + F_2 + F_1 \cos(\theta) = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_a \cos(180^\circ) = 0 \Rightarrow A_y = 20000 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow B_z + A_z + F_1 \cos(90^\circ + \theta) = 0 \quad (2)$$

Η ροπή μιας οποιασδήποτε δύναμης ως προς το σημείο A, δίνεται από την γνωστή ορίζουσα :

$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Όπου : r_x , r_y , r_z είναι οι συνιστώσες του διανύσματος θέσης του σημείου εφαρμογής της δύναμης.

Για κάθε μια από τις δυνάμεις που δημιουργούν ροπή ως προς το Α, έχουμε :

Δύναμη στο Β :

$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & AB & 0 \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} = (AB * B_z)\vec{i} - 0\vec{j} + (-AB * B_x)\vec{k} = (\mathbf{0.2B_z})\vec{i} - \mathbf{0}\vec{j} + (\mathbf{-0.2B_x})\vec{k}$$

Δύναμη F_1 :

$$\begin{aligned} \vec{M}_A &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ R\sin\theta & -AC & R\cos\theta \\ F_1\cos\theta & 0 & -F_1\sin\theta \end{vmatrix} = \\ &= (AC * F_1\sin\theta)\vec{i} - (-R * F_1\sin^2\theta - R * F_1\cos^2\theta)\vec{j} + (AC * F_1\cos\theta)\vec{k} \\ &= (\mathbf{513 Nm})\vec{i} + (\mathbf{1500 Nm})\vec{j} + (\mathbf{1410 Nm})\vec{k} \end{aligned}$$

Δύναμη F_2 :

$$\begin{aligned} \vec{M}_A &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -AC & -R \\ F_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \\ &= (0)\vec{i} - (-R * F_2)\vec{j} + (AC * F_2)\vec{k} \\ &= (\mathbf{0})\vec{i} + (\mathbf{-500 Nm})\vec{j} + (\mathbf{500 Nm})\vec{k} \end{aligned}$$

Η συνθήκη ισορροπίας των ροπών, αναλύεται τώρα περαιτέρω ως εξής :

$$\Sigma M_x = 0 \Rightarrow 0.2B_z + 513 Nm + 0 Nm = 0 \Rightarrow \mathbf{B_z = -2565 N}$$

$$\Sigma M_y = 0 \Rightarrow +1500 Nm - 500 Nm - M = 0 \Rightarrow \mathbf{M = +1000 Nm}$$

$$\Sigma M_z = 0 \Rightarrow -0.2B_x + 1410 Nm + 500 Nm = 0 \Rightarrow \mathbf{B_x = +9550 N}$$

Για να προσδιορίσω τις υπόλοιπες άγνωστες δυνάμεις, χρησιμοποιώ στη συνέχεια τις εξισώσεις (1) και (2) :

$$(1) \Rightarrow B_x + A_x + F_2 + F_1 \cos(\theta) = 0 \Rightarrow A_x = -9550 - 5000 - 14095 \Rightarrow \mathbf{A_x = -28645\ N}$$

$$(2) \Rightarrow B_z + A_z - F_1 \sin(\theta) = 0 \Rightarrow A_z = -(-2565) + (5130) \Rightarrow \mathbf{A_z = +7695\ N}$$