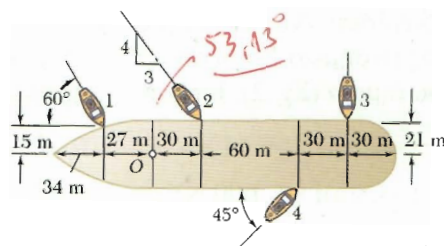


ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ: Στην προκείμενη αναγωγή ενός δεδομένου συστήματος δυνάμεων σε μια μοναδική ισοδύναμη δύναμη, χρησιμοποιείτε τις ίδιες αρχές τις οποίες θα χρησιμοποιήσετε αργότερα για να βρείτε τα κέντρα βαρύτητας και τα κέντρα μάζας, τα οποία είναι σημαντικές παράμετροι στην τεχνική μηχανική.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.9

Τέσσερα ρυμουλκά σκάφη οδηγούν ένα υπερωκεάνιο στην αποβάθρα. Κάθε ρυμουλκό ασκεί μια δύναμη μεγέθους 5 kN στην κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα. Να προσδιορίσετε:

- (α) το ισοδύναμο σύστημα ζεύγους–δύναμης στον πρωραίιο ιστό στο σημείο O ,
 (β) το σημείο πάνω στο σκαρί του πλοίου στο οποίο ένα μοναδικό, πιο ισχυρό ρυμουλκό σκάφος θα έπρεπε να ασκήσει ώθηση ώστε να έχει την ίδια επίδραση που έχουν τα αρχικά τέσσερα ρυμουλκά.



ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗ: Το ισοδύναμο σύστημα ζεύγους–δύναμης καθορίζεται από το άθροισμα των δεδομένων δυνάμεων και το άθροισμα των ροπών αυτών των δυνάμεων σε ένα συγκεκριμένο σημείο. Ένα μεμονωμένο ρυμουλκό θα μπορούσε να δημιουργήσει αυτό το σύστημα ασκώντας μια συνισταμένη δύναμη σε ένα σημείο εφαρμογής έτσι ώστε να παράγεται μια ισοδύναμη ροπή.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ και ΛΥΣΗ:

α. Σύστημα Ζεύγους–Δύναμης στο Σημείο O . Αναλύουμε καθεμία από τις δεδομένες δυνάμεις σε συνιστώσες, όπως στο Σχ. 1. Το σύστημα ζεύγους–δύναμης στο σημείο O που είναι ισοδύναμο με το δεδομένο σύστημα δυνάμεων αποτελείται από μια δύναμη $\mathbf{R}$ και μια ροπή $\mathbf{M}_O^R$ οι οποίες ορίζονται ως εξής:

$$\mathbf{R} = \Sigma \mathbf{F}$$

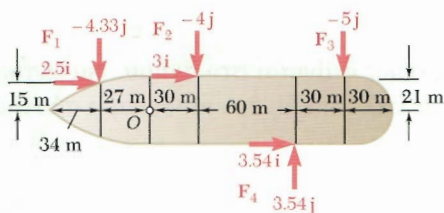
$$= (2.50\mathbf{i} - 4.33\mathbf{j}) + (3.00\mathbf{i} - 4.00\mathbf{j}) + (-5.00\mathbf{j}) + (3.54\mathbf{i} + 3.54\mathbf{j}) = 9.04\mathbf{i} - 9.79\mathbf{j}$$

$$\mathbf{M}_O^R = \Sigma (\mathbf{r} \times \mathbf{F})$$

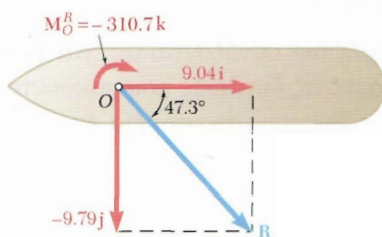
$$\begin{aligned} &= (-27\mathbf{i} + 15\mathbf{j}) \times (2.50\mathbf{i} - 4.33\mathbf{j}) + (30\mathbf{i} + 21\mathbf{j}) \times (3.00\mathbf{i} - 4.00\mathbf{j}) \\ &\quad + (120\mathbf{i} + 21\mathbf{j}) \times (-5.00\mathbf{j}) + (90\mathbf{i} - 21\mathbf{j}) \times (3.54\mathbf{i} + 3.54\mathbf{j}) \\ &= (116.9 - 37.5 - 120 - 63 - 600 + 318.6 + 74.3)\mathbf{k} = -310.7\mathbf{k} \end{aligned}$$

Έτσι, το ισοδύναμο σύστημα ζεύγους–δύναμης στο σημείο O είναι (Σχ. 2)

$$\mathbf{R} = (9.04 \text{ kN})\mathbf{i} - (9.79 \text{ kN})\mathbf{j} \quad \mathbf{M}_O^R = -(310.7 \text{ kN} \cdot \text{m})\mathbf{k}$$



Σχήμα 1: Οι δεδομένες δυνάμεις αναλύονται σε συνιστώσες.



Σχήμα 2: Ισοδύναμο σύστημα ζεύγους-δύναμης στο σημείο O .

ή $R = 13.33 \text{ kN}$ υπό γωνία 47.3° $M_O^R = 310.7 \text{ kN} \cdot \text{m} \downarrow$

Παρατήρηση: Αφού όλες οι δυνάμεις ανήκουν στο επίπεδο του σχήματος, θα περιμένατε ότι το άθροισμα των ροπών τους θα ήταν κάθετο σε αυτό το επίπεδο. Σημειώνεται ότι θα μπορούσατε να βρείτε τη ροπή της συνιστώσας κάθε δύναμης απευθείας από το διάγραμμα, σχηματίζοντας πρώτα το γινόμενο του μεγέθους της και της κάθετης απόστασής της έως το σημείο O και μετά ορίζοντας σε αυτό το γινόμενο ένα θετικό ή αρνητικό πρόσημο ανάλογα με τη φορά της ροπής.

β. Μεμονωμένο Ρυμουλκό. Η δύναμη που ασκείται από ένα μεμονωμένο ρυμουλκό πρέπει να είναι ίση με την R , ενώ το σημείο εφαρμογής A πρέπει να είναι τέτοιο ώστε η ροπή της R ως προς το σημείο O να είναι ίση με τη ροπή M_O^R (Σχ. 3). Παρατηρώντας ότι το διάλυσμα θέσης του σημείου A είναι

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + 21\mathbf{j}$$

έχουμε

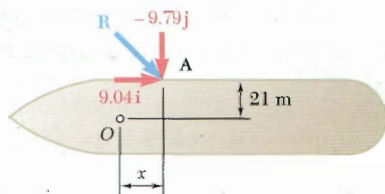
$$\mathbf{r} \times \mathbf{R} = M_O^R$$

$$(x\mathbf{i} + 21\mathbf{j}) \times (9.04\mathbf{i} - 9.79\mathbf{j}) = -310.7\mathbf{k}$$

$$-x(9.79)\mathbf{k} - 189.8\mathbf{k} = -310.7\mathbf{k}$$

$$x = 12.3 \text{ m}$$

ΚΡΙΤΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ: Η αναγωγή της δεδομένης κατάστασης σε μια μοναδική δύναμη μάς διευκολύνει να οπτικοποιήσουμε τη συνολική επίδραση των ρυμουλκών στην καθοδήγηση του υπερακεάνιου. Πρακτικά, όμως, η εφαρμογή δυνάμεων από τέσσερα ρυμουλκά πλοία επιτρέπει την άσκηση μεγαλύτερου ελέγχου κατά την επιβράδυνση και τη στροφή ενός μεγάλου πλοίου σε ένα συνωστισμένο λιμάνι.



Σχήμα 3: Σημείο εφαρμογής ενός μεμονωμένου ρυμουλκού που δημιουργεί την ίδια επίδραση όπως το δεδομένο σύστημα δυνάμεων.