

ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

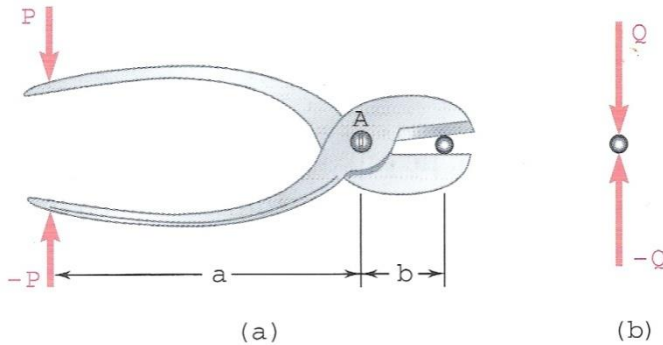
Στατική

Μηχανισμοί

Διδάσκων

Δρ Καββουσάνος Μανόλης

Μηχανισμοί



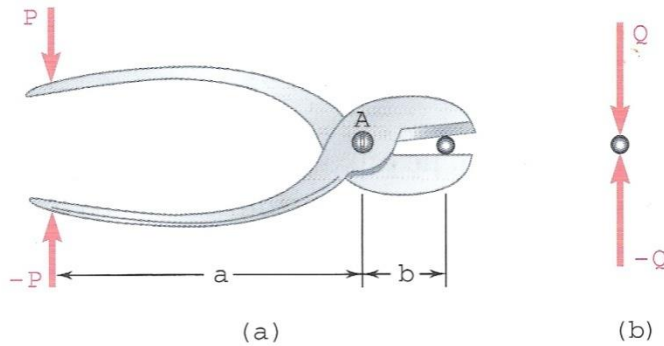
Οι Μηχανισμοί είναι μη στερεές κατασκευές που είναι σχεδιασμένες για να μετασχηματίζουν εισερχόμενες δυνάμεις ή ροπές σε εξερχόμενες. Πιο απλά οι μηχανισμοί είναι μηχανολογικές κατασκευές που είναι φτιαγμένες για να εξασκούν δυνάμεις ή ροπές.



Οι μηχανισμοί μπορεί να είναι πολύ απλές κατασκευές, όπως η πένσα της εικόνας ή αρκετά πολύπλοκες και έξυπνα σχεδιασμένες, όπως ο ανυψωτικός μηχανισμός της εικόνας.

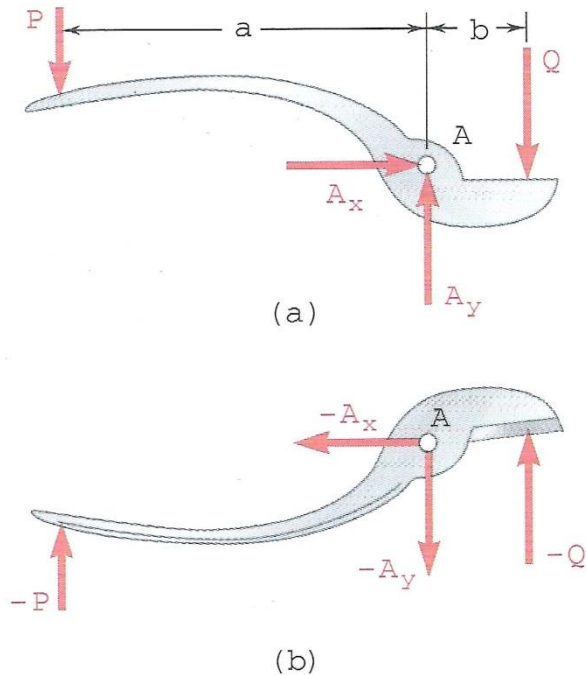
Οι μηχανισμοί, όπως και τα πλαίσια αποτελούνται από μέλη, συνήθως πολυδύναμα.

Μηχανισμοί



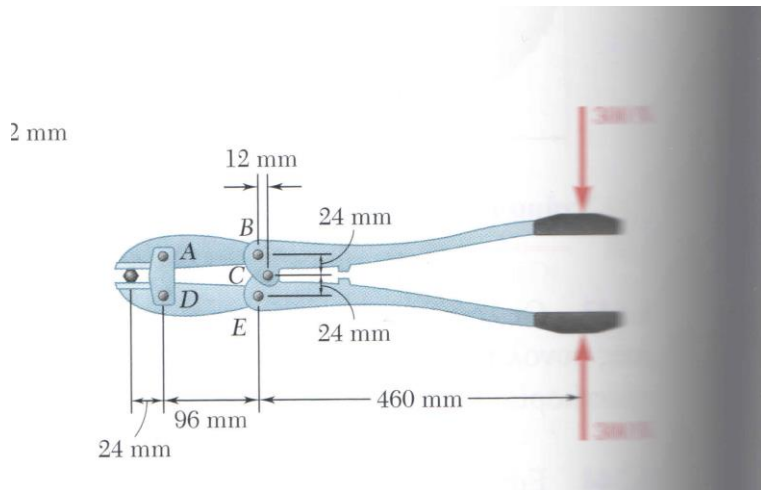
Η ανάλυση των δυνάμεων στα επί μέρους μέλη γίνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που γίνεται στα πλαίσια αν θεωρήσει κανείς **μια θέση ισορροπίας του μηχανισμού.**

Στην περίπτωση της πένσας, για να υπολογίσουμε την δύναμη που θα εξασκήσει στο εξάρτημα, όταν την «σφίξουμε», θα πρέπει να ξέρομε πλήρως την γεωμετρία της κατασκευής την στιγμή που εξασκεί την δύναμη.



Στη συνέχεια, για να προσδιορίσουμε τις δυνάμεις στα επί μέρους μέλη του μηχανισμού, θα σχεδιάσουμε τα διαγράμματα ελευθέρου σώματος κάθε ενός εξ αυτών και θα χρησιμοποιήσουμε τις συνθήκες στατικής ισορροπίας.

Μηχανισμοί -παράδειγμα



Για το «διπλό» ψαλίδι του σχήματος, υπολογίστε την δύναμη F που εξασκεί στο εξάρτημα καθώς και τις δυνάμεις σε κάθε μέλος του, όταν είναι γνωστή η P .

ΛΥΣΗ

Σχεδιάζουμε το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για κάθε μέλος της κατασκευής. Τα συμμετρικά μέλη τα σχεδιάζουμε μια φορά. Παρατηρούμε ότι οι δυνάμεις για το μέλος AD , πρέπει να είναι αυτές του σχήματος («μέλος» δύο δυνάμεων).

Ισορροπία μέλους AB

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \mathbf{B_x = 0.}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F - A + B_y = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F \cdot 24 = B_y \cdot 96 \quad (2)$$

Ισορροπία μέλους $B\Gamma$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \mathbf{\Gamma_x = 0.}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -B_y + \Gamma_y - P = 0 \quad (3)$$

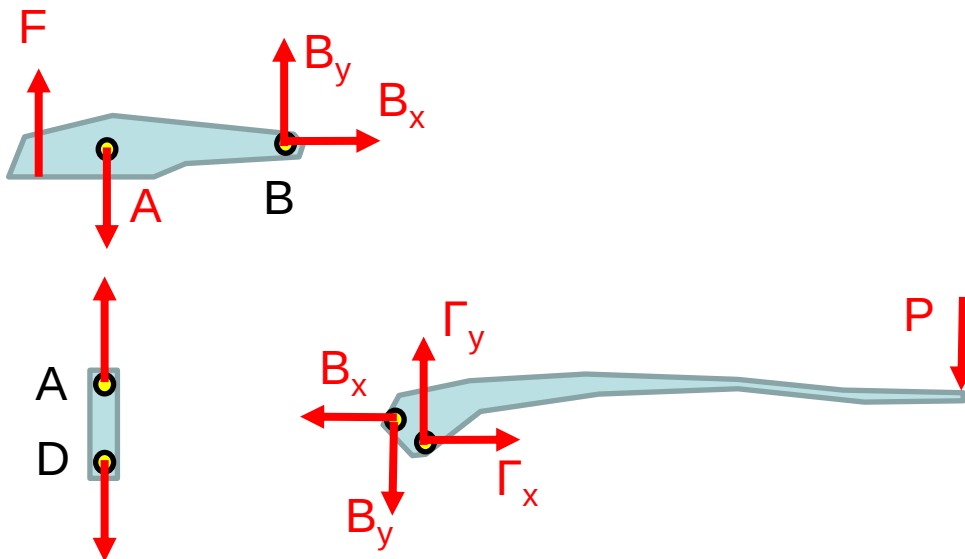
$$\sum M_\Gamma = 0 \Rightarrow B_y \cdot 12 = P \cdot 448 \quad (4)$$

$$(2), (4) \Rightarrow \mathbf{F = (96/24)(448/12)P = 149.33P}$$

$$(4) \Rightarrow \mathbf{B_y = (448/12)P = 37.33 P}$$

$$(1) \Rightarrow \mathbf{A = 186.66 P}$$

$$(3) \Rightarrow \mathbf{\Gamma_y = 38.33 P}$$



Μηχανισμοί -παράδειγμα

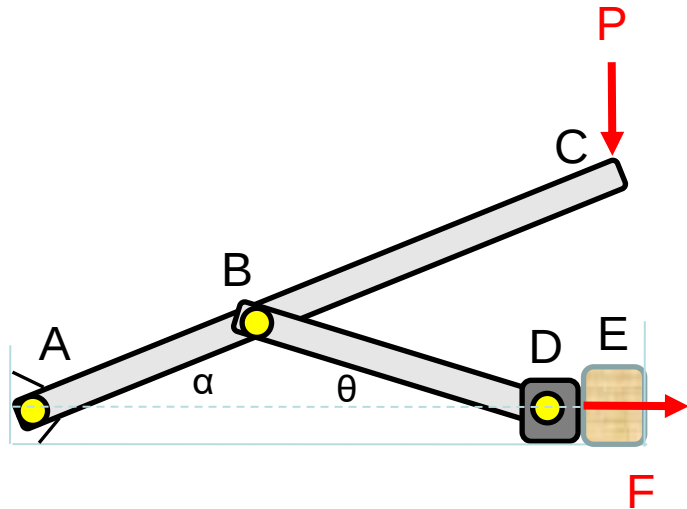
Για την απλή πρέσα του σχήματος να υπολογίσετε την δύναμη F που εξασκεί στο εξάρτημα E καθώς και τις δυνάμεις σε κάθε μέλος. $P = 50 \text{ N}$.

Δίδονται : $AB=100 \text{ mm}$

$BC=150 \text{ mm}$

$BD=120 \text{ mm}$

$\alpha = 15^\circ$



ΛΥΣΗ

A. Επιλύουμε το τρίγωνο ABD.

Θεώρημα ημιτόνων για τον υπολογισμό της θ :

$$\eta\mu\theta/AB = \eta\mu\alpha/BD \Rightarrow \quad \theta = 12.5^\circ$$

Θεώρημα συνημιτόνων για τον υπολογισμό του AD :

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \sin(180 - \alpha - \theta) \Rightarrow$$

$$\mathbf{AD=214 \text{ mm}}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

Β. Μελετούμε την ισορροπία κάθε μέλους της κατασκευής, ξεκινώντας από το μέλος ABC.

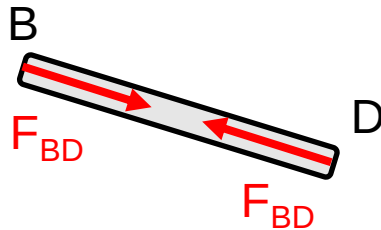
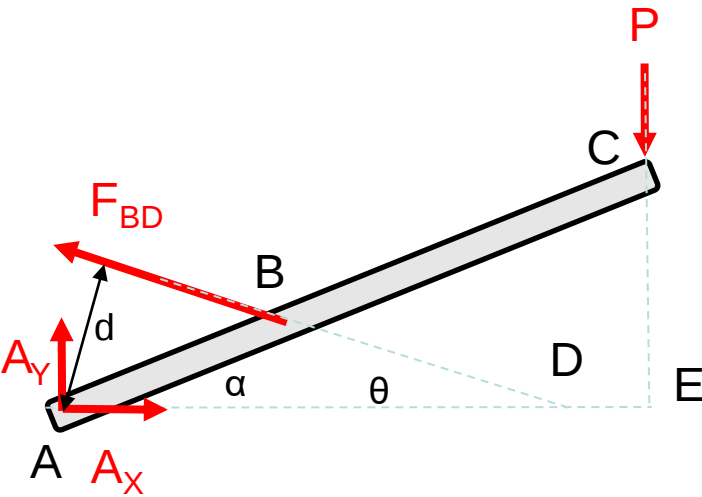
(Το μέλος BD δέχεται δυνάμεις μόνο στα Β και D, συνεπώς είναι ράβδος, δέχεται δηλαδή μια δύναμη κατά το μήκος του)

Ισορροπία ελευθέρου σώματος ABC :

$$\begin{aligned}\sum M_A = 0 &\Rightarrow -F_{DB} * d + P * AE = 0 \Rightarrow \\ &-F_{DB} * (AD * \eta\mu\theta) + P * (AC * \sigma\upsilon\nu\alpha) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \quad \quad \quad \mathbf{F_{BD} = 262 \text{ N}}\end{aligned}$$

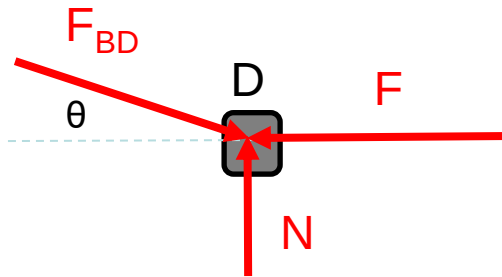
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 &\Rightarrow A_x + F_{DB} * \sigma\upsilon\nu(180 - \theta) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \quad \quad \quad \mathbf{A_x = 256 \text{ N}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Rightarrow A_y + F_{DB} * \sigma\upsilon\nu(90 - \theta) - P = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \quad \quad \quad \mathbf{A_y = -6 \text{ N}}\end{aligned}$$



Μηχανισμοί -παράδειγμα

ΛΥΣΗ (συνέχεια)

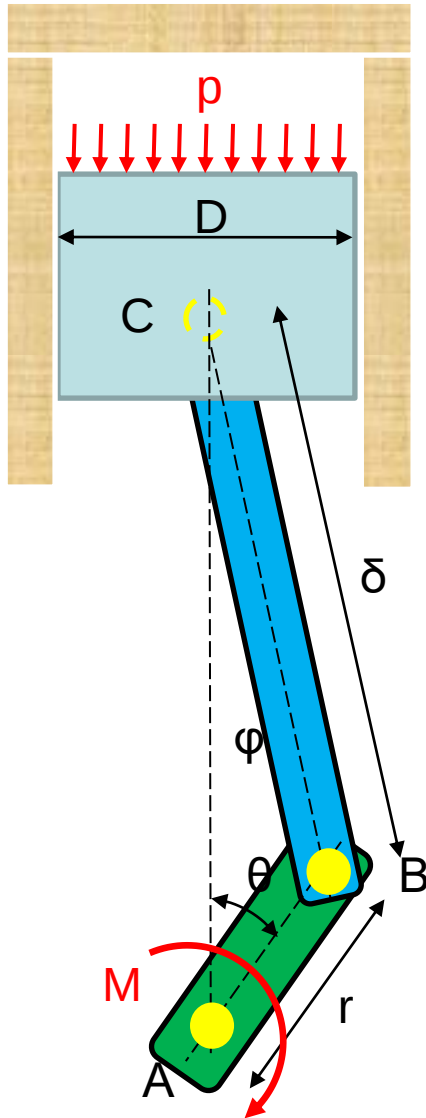


Το «ωστήριο» D, (το στοιχείο που πιέζει), ισορροπεί υπό την επενέργεια της δύναμης του μέλους BD, της αντίδρασης F από το συμπιεζόμενο εξάρτημα και της δύναμης από τον πάγκο συγκράτησης (θεωρούμε ότι οι τριβές είναι αμελητέες, έτσι η δύναμη N είναι κάθετη στον πάγκο) :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{DB} * \cos(\theta) + F * \cos(180^\circ) + N * \cos(90^\circ) = 0 \Rightarrow \mathbf{F = 255 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{DB} * \sin(90^\circ + \theta) + F * \sin(90^\circ) + N * \sin(0^\circ) = 0 \Rightarrow \mathbf{N = 56 \text{ N}}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα



Ο μηχανισμός στροφάλου – διωστήρα του σχήματος, είναι ένας από τους πλέον εμβληματικούς μηχανισμούς της μηχανολογίας. Μετατρέπει την παλινδρομική κίνηση του πιστονιού σε περιστροφική και την πίεση p των καυσαερίων σε ωφέλιμη ροπή M στον άξονα της μηχανής εσωτερικής καύσης. Αλλά και το αντίστροφο : Μετατρέπει τη ροπή μιας περιστροφικής μηχανής σε δύναμη – πίεση για τους συμπιεστές.

Ας εξετάσουμε ένα τυπικό τέτοιο μηχανισμό :

Διάμετρος πιστονιού : $D = 80 \text{ mm}$

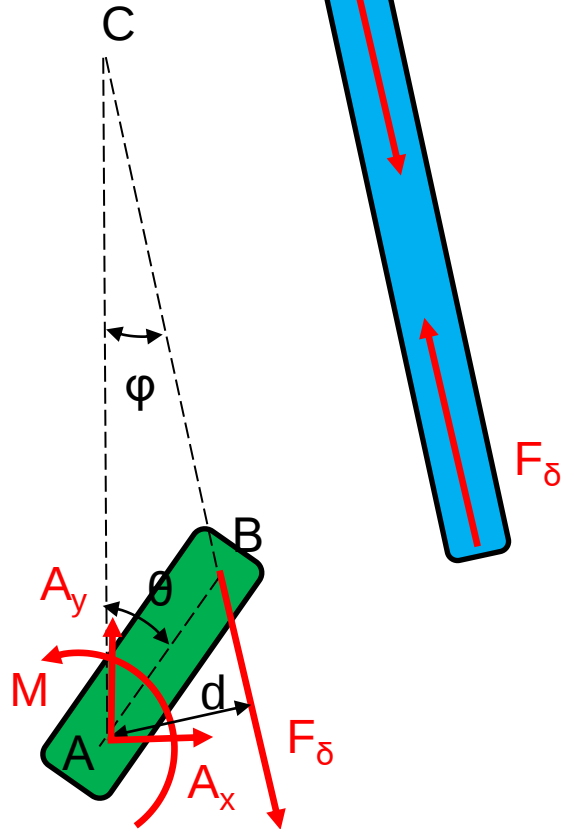
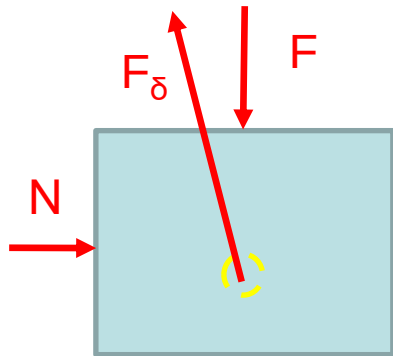
Μήκος διωστήρα : $\delta = 100 \text{ mm}$

Ακτίνα στροφάλου : $r = 30 \text{ mm}$

Ας αναλύσουμε τις δυνάμεις για γωνία στροφάλου $\theta = 30^\circ$. Ας υποθέσουμε ότι η πίεση των καυσαερίων είναι τότε $p = 30 \text{ bar} = 3000000 \text{ N/m}^2$.

Μηχανισμοί -παράδειγμα

Ανάλυση του μηχανισμού



A. Υπολογίζουμε την γωνία φ , εφαρμόζοντας τον νόμο των ημιτόνων στο τρίγωνο ABC :

$$\eta\mu\varphi/AB=\eta\mu\theta/CB \Rightarrow \dots \varphi = 8.6^\circ$$

B. Εξετάζουμε την ισορροπία κάθε ενός από τα τρία μέλη του μηχανισμού. Στο σχήμα έχει σχεδιασθεί το Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος για καθένα από αυτά.

Ισορροπία ελευθέρου σώματος «πιστόνι» :

Η δύναμη λόγω των καυσαερίων που δέχεται το πιστόνι είναι :

$$F = p(\pi D^2/4) = \dots = 15080 \text{ N}$$

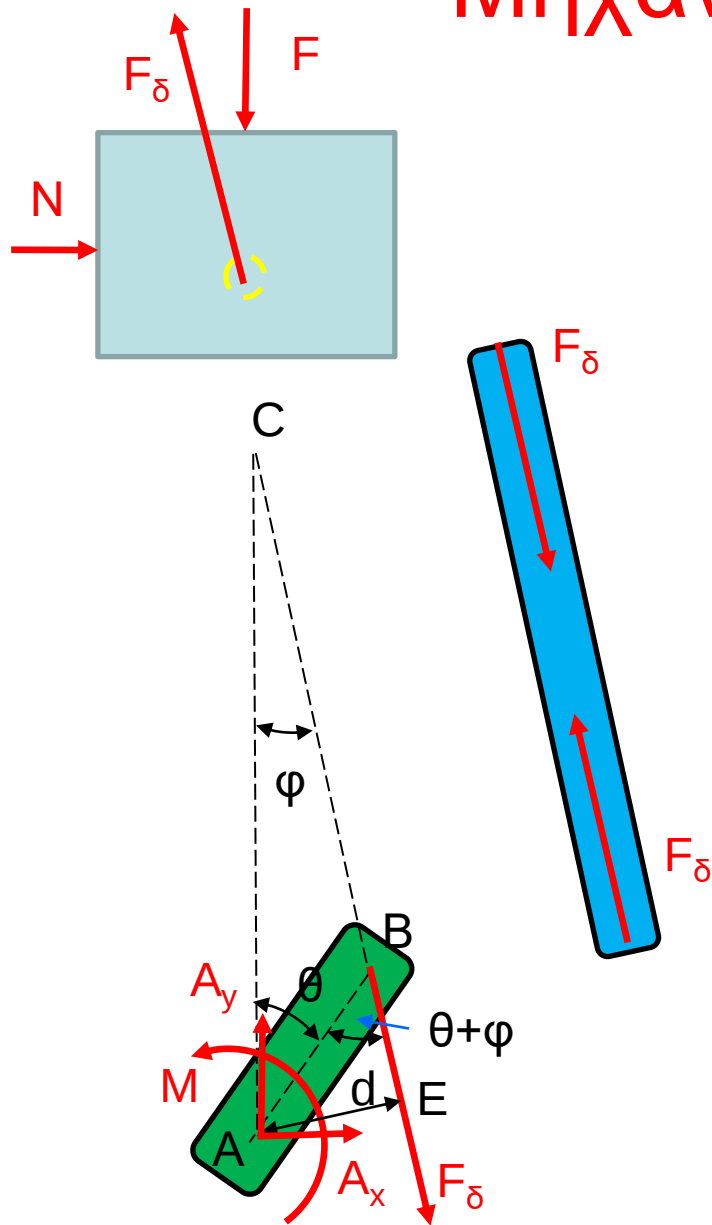
Υπάρχει επίσης η δύναμη N από τα τοιχώματα, που την θεωρούμε κάθετη σ' αυτά (υποθέτουμε ότι οι τριβές είναι αμελητέες) καθώς και η δύναμη από τον διωστήρα F_δ , που η διεύθυνσή της είναι κατά το «μήκος» του διωστήρα (Γιατί;)

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow +N \cdot \cos(90^\circ) + F_\delta \cdot \cos(8.6^\circ) + F \cdot \cos(180^\circ) = 0 \Rightarrow \mathbf{F_\delta = 15250 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow +N \cdot \cos(0^\circ) + F_\delta \cdot \cos(98.6^\circ) + F \cdot \cos(90^\circ) = 0 \Rightarrow \mathbf{N = 2280 \text{ N}}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα

Ανάλυση του μηχανισμού



Γ. Εξετάζουμε την ισορροπία του στροφάλου AB

Ο στρόφαλος είναι «πακτωμένος» πάνω στο άξονα της μηχανής, άρα δέχεται απ' αυτόν και δυνάμεις (A_x , A_y) και ροπή M :

Λίγη γεωμετρία : Στο τρίγωνο ABE ισχύει :

$$\gamma\omega\nu(ABE) = \theta + \varphi$$

$$AE = d = AB \cdot \eta\mu(ABE) \Rightarrow d = 18.7 \text{ mm}$$

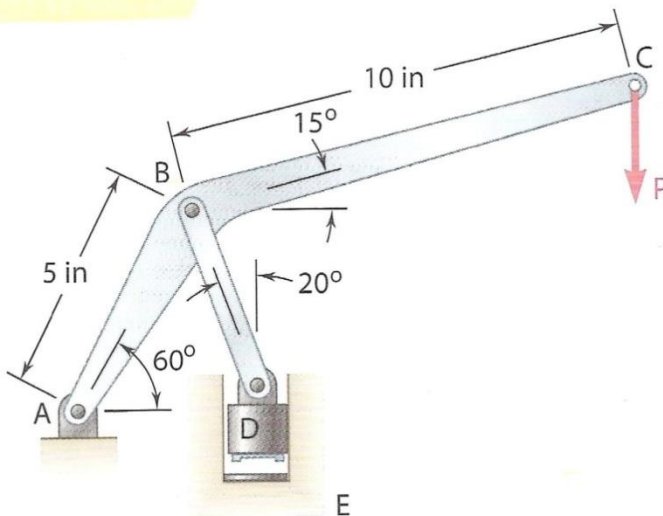
$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_\delta \cdot d - M = 0 \Rightarrow \mathbf{M = 285.2 \text{ Nm}}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_\delta \cdot \cos(90^\circ - \varphi) + A_x = 0 \Rightarrow \mathbf{A_x = - 2280 \text{ N}}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_\delta \cdot \cos(180^\circ - \varphi) = 0 \Rightarrow \mathbf{A_y = 15078 \text{ N}}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ



Για την απλή πρέσα του σχήματος να υπολογίσετε την δύναμη F που εξασκεί στο εξάρτημα. Τριβές αμελητέες.

A. Εξετάζουμε την **ισορροπία του σώματος ABC**. Στο σχήμα (β) φαίνεται το διάγραμμα ελεύθερου σώματος. Έχουμε θεωρήσει την δύναμη της ράβδου BD εφελκυστική.

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow + F_{BD} * d + P * AC' = 0 \quad (1)$$

Λίγη γεωμετρία για να υπολογίσουμε τα d και AC' :

Τρίγωνο ABE.

$$\gamma\omega\nu(BAE) = 60^\circ \text{ και } \gamma\omega\nu(BEA) = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma\omega\nu(ABE) = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$$

$$\Rightarrow d = AB * \eta\mu(50^\circ) = > \quad \mathbf{d = 3.83 \text{ in}}$$

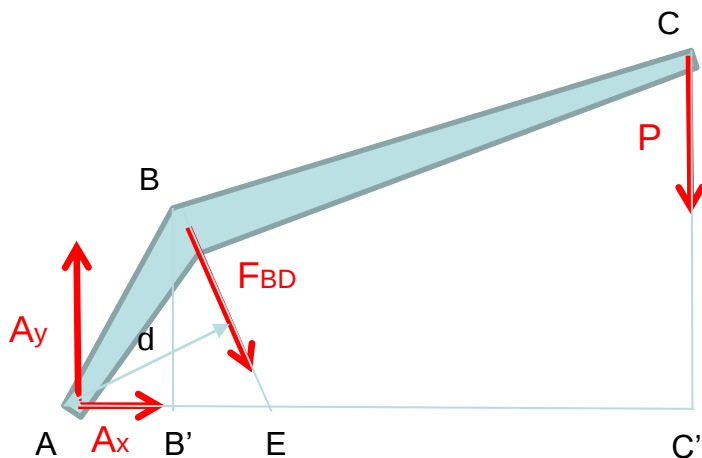
$$AC' = AB' + B'C' = AB * \sigma\upsilon\nu(60^\circ) + BC * \sigma\upsilon\nu(60^\circ) = >$$

$$\mathbf{AC' = 12.16 \text{ in}}$$

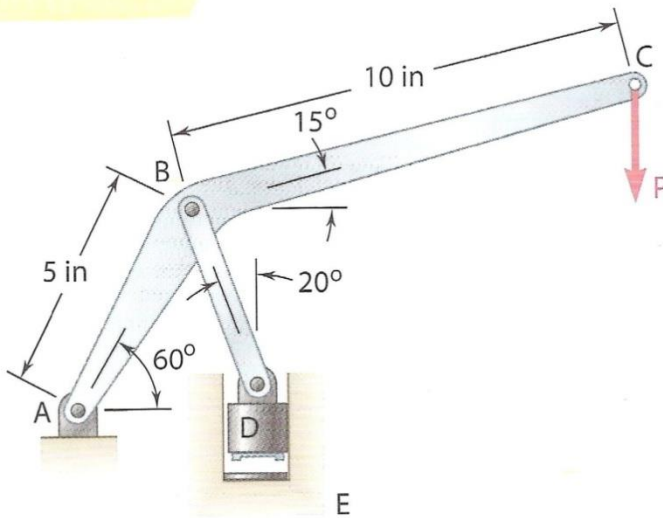
Οπότε, από την (1) :

$$\mathbf{F_{BD} = - 3.18 P}$$

Η δύναμη της ράβδου BD είναι συνεπώς θλιπτική.



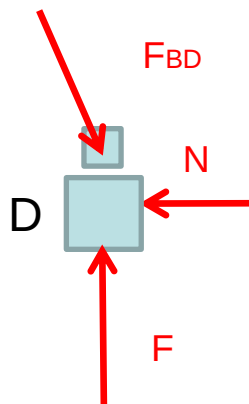
Μηχανισμοί -παράδειγμα



B. Εξετάζουμε την ισορροπία του εμβόλου D. Στο σχήμα (β) φαίνεται το διάγραμμα ελεύθερου σώματος.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{BD} \cdot \cos(180^\circ - 20^\circ) + F = 0 \Rightarrow$$

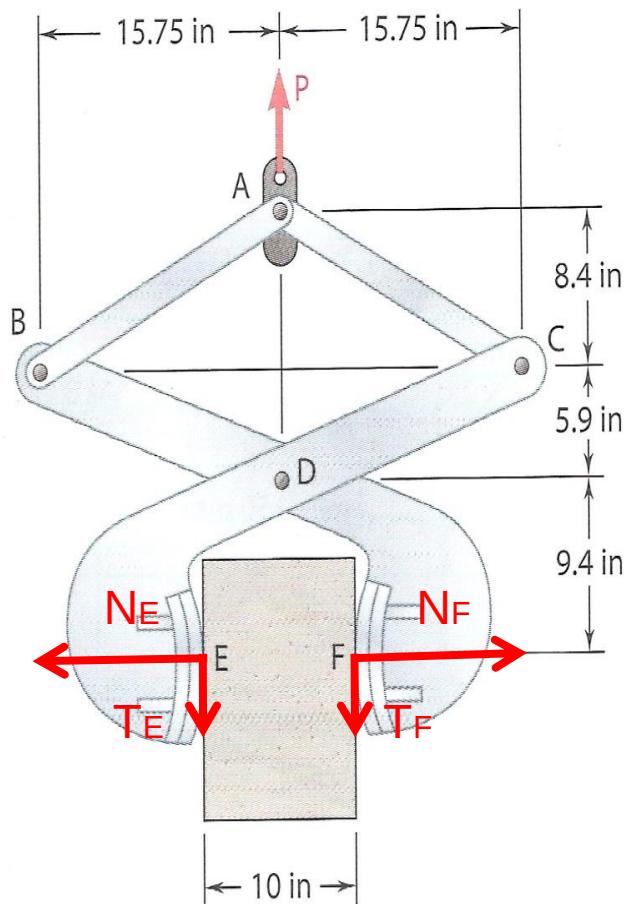
$$F = 3.18 P * 0.939 \Rightarrow \mathbf{F = 2.98 P}$$



Αριθμητική εφαρμογή. Ας υποθέσουμε ότι πρέπει να εξασκηθεί σε εξάρτημα δύναμη $F = 100 \text{ Kp}$. Πόση πρέπει να είναι η δύναμη που P που πρέπει να εφαρμόσουμε ;

$$100 \text{ Kp} = 2.98 P \Rightarrow \mathbf{P = 33.56 \text{ Kp}}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα



Ο μηχανισμός - αρπάγη του σχήματος ανυψώνει βάρος με την βοήθεια της τριβής. Υπολογίσετε την κάθετη δύναμη που εξασκεί στο σώμα στα σημεία επαφής E και F και προσδιορίσετε τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής στα εν λόγω σημεία, προκειμένου το σώμα να μπορεί να ανυψωθεί. Βάρος του μηχανισμού αμελητέο.

A. Θεωρούμε την ισορροπία του μηχανισμού. Στο σχήμα φαίνονται οι εξωτερικές δυνάμεις που επενεργούν σ' αυτόν.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow P - T_E - T_F = 0 \quad (1)$$

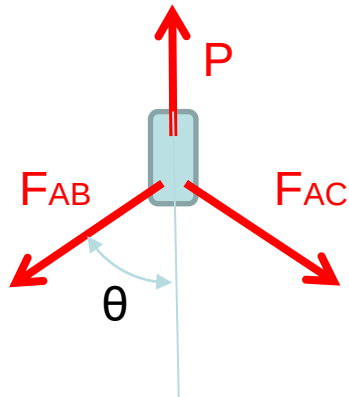
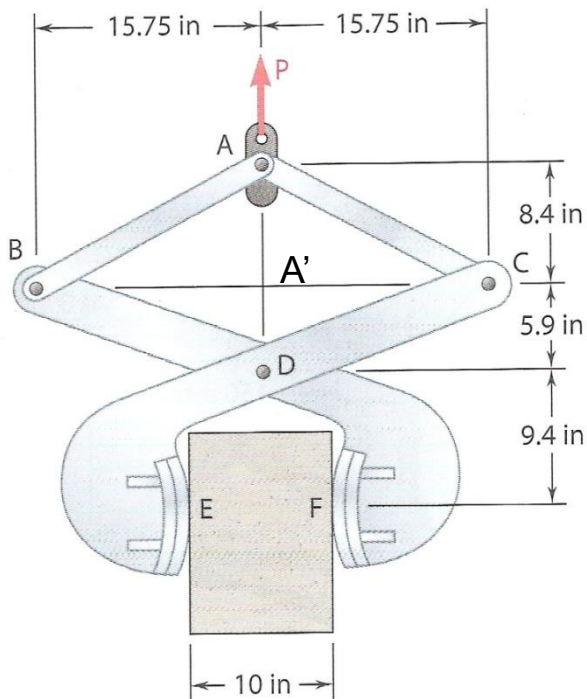
Δεδομένης της συμμετρίας της κατασκευής :

$$T_E = T_F \quad (2)$$

Οπότε :

$$T_E = T_F = P/2$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα



B. Θεωρούμε την ισορροπία του αγκίστρου.

Στο διάγραμμα ελευθέρου σώματος – σχήμα (β) - φαίνονται οι εξωτερικές δυνάμεις που επενεργούν σ' αυτό.

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow P + F_{AB} \cos(180^\circ - \theta) + F_{AC} \cos(180^\circ - \theta) = 0 \quad (1)$$

Δεδομένης της συμμετρίας της κατασκευής, ισχύει και πάλι :

$$F_{AB} = F_{AC} \quad (2)$$

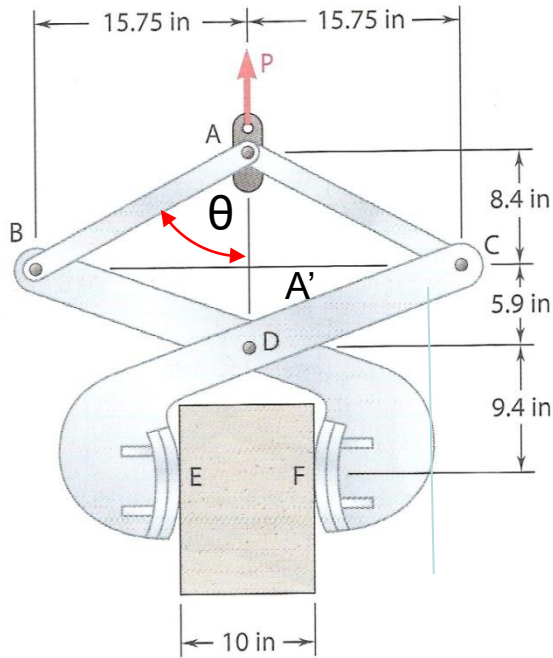
Από το ορθογώνιο τρίγωνο ABA' έχουμε :

$$\epsilon\phi(\theta) = 15.75/8.4 \Rightarrow \theta = 61.9^\circ \quad (3)$$

Από τις (1) , (2) και (3) προκύπτει τότε :

$$\mathbf{F_{AB} = F_{AC} = 1.062 \ P}$$

Μηχανισμοί -παράδειγμα



Γ. Θεωρούμε την ισορροπία του σώματος ADF. Στο διάγραμμα ελεύθερου σώματος – σχήμα (β) - φαίνονται οι εξωτερικές δυνάμεις που επενεργούν σ' αυτό.

Αναλύουμε τη δύναμη F_{AB} σε συνιστώσες κατά τον άξονα X και Y.

$$F_{ABx} = F_{AB} * \sin(\theta) \Rightarrow F_{ABx} = 0.937 P$$

$$F_{ABy} = F_{AB} * \cos(\theta) \Rightarrow F_{ABy} = 0.5 P$$

Ισορροπία ροπών – σημείο D :

$$\Sigma M_D = 0 \Rightarrow + F_{ABy} * 15.75 + F_{ABx} * 5.9 + T_F * 5 - N_F * 9.4 = 0 \Rightarrow$$

$$+ 0.5 P * 15.75 + 0.937 P * 5.9 + P/2 * 5 - N_F * 9.4 = 0 \Rightarrow \quad \mathbf{N_F = 1.692 P}$$

Ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής είναι αυτός που εξασφαλίζει μόλις την δύναμη τριβής που έχουμε υπολογίσει :

$$\mu_{s \min} = T_F / N_F = (P/2) / (1.692 P) = \mathbf{0.296}$$

