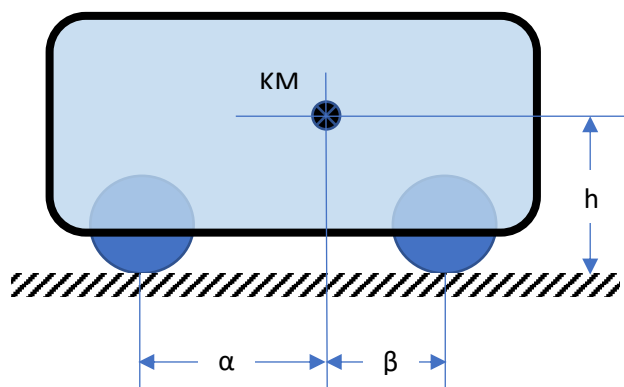


Φρενάρισμα οχήματος



Όχημα με τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του σχήματος, κινείται σε οριζόντιο δρόμο.

1. Υπολογίσετε την μέγιστη επιβράδυνση a που μπορεί να επιτύχει, για τις παρακάτω περιπτώσεις :

- Φρενάρουν μόνο οι πίσω τροχοί
- Φρενάρουν μόνο οι μπροστινοί τροχοί
- Φρενάρουν όλοι οι τροχοί

2. Για κάθε μια από τις παραπάνω περιπτώσεις,

υπολογίστε την ροπή πέδησης που απαιτείται να επιβληθεί σε κάθε τροχό προκειμένου να επιτευχθεί η επιβράδυνση αυτή.

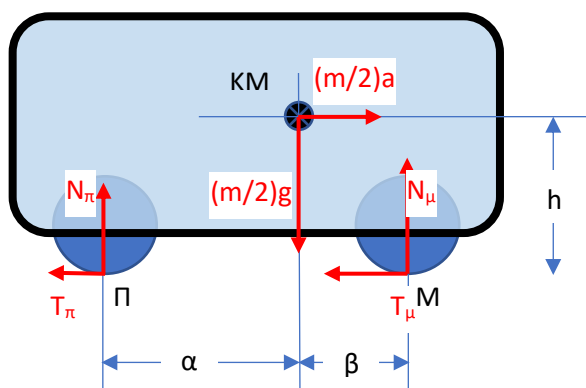
3. Δώσετε τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά ενός δίσκου τριβής και την θέση και σχήμα του «πέλματος» (τακακιού), ικανού να εξασκήσει την ροπή πέδησης για την 1.b περίπτωση.

Δίδονται :

- Μάζα οχήματος, $m = 1500 \text{ Kgr}$.
- Συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τροχών και οδοστρώματος, $\mu_s = 0.5$
- Ακτίνα τροχών, $r = 30 \text{ cm}$
- Συντελεστής κινηματικής τριβής μεταξύ δίσκου τριβής και τακακιού, $\mu_k = 0.4$
- $\alpha = (100 + 2T) \text{ cm}$, $h = (40 + \Pi) \text{ cm}$. T : τελευταίο, Π : προτελευταίο ψηφίο του Αριθμού Μητρώου σας

Οι τροχοί θεωρούνται αβαρείς.

1. Υπολογισμός μέγιστης επιβράδυνσης



Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα ελεύθερου σώματος του «μισού» οχήματος.

Φαίνονται εκεί σχεδιασμένες : το βάρος του, η αδρανειακή δύναμη κατά το φρενάρισμα καθώς και οι δυνάμεις που εξασκούνται στους τροχούς.

Για τον παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στο όχημα, αυτό ισορροπεί, συνεπώς :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -T_{\pi} - T_{\mu} + \left(\frac{m}{2}\right)a = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow +N_{\pi} + N_{\mu} - \left(\frac{m}{2}\right)g = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{\pi} = 0 \Rightarrow -N_{\mu}(\alpha + \beta) + \left(\frac{m}{2}a\right)h + \left(\frac{m}{2}g\right)\alpha = 0 \quad (3)$$

(α) Φρενάρουν μόνο οι πίσω τροχοί

Στην περίπτωση αυτή η τριβή T_{π} στους μπροστινούς τροχούς είναι μηδέν. Μέγιστη επιβράδυνση επιτυγχάνεται, όταν η τριβή στους πίσω τροχούς είναι μέγιστη, δηλαδή όταν «επικείται» ολίσθηση τους. Ισχύει τότε :

$$T_{\pi} = \mu_s N_{\pi} \quad (4a)$$

Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων 1,2,3,4α και υπολογίζουμε τους αγνώστους :

$$\begin{aligned} N_{\pi} &= \left(\frac{\beta}{a + \beta + \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) , & N_{\mu} &= \left(\frac{\alpha + \mu_s h}{a + \beta + \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) \\ T_{\pi} &= \left(\frac{\mu_s \beta}{a + \beta + \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) , & a &= \left(\frac{\beta}{a + \beta + \mu_s h}\right)\mu_s g \end{aligned}$$

(β) Φρενάρουν μόνο οι μπροστινοί τροχοί

Στην περίπτωση αυτή η τριβή T_{μ} στους πίσω τροχούς είναι μηδέν. Μέγιστη επιβράδυνση επιτυγχάνεται, όταν η τριβή στους μπροστινούς τροχούς είναι μέγιστη, δηλαδή όταν «επικείται» ολίσθηση τους. Ισχύει τότε :

$$T_{\mu} = \mu_s N_{\mu} \quad (4\beta)$$

Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων 1,2,3,4β και υπολογίζουμε τους αγνώστους :

$$\begin{aligned} N_{\pi} &= \left(\frac{\beta - \mu_s h}{a + \beta - \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) , & N_{\mu} &= \left(\frac{\alpha}{a + \beta - \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) \\ T_{\mu} &= \left(\frac{\mu_s \alpha}{a + \beta - \mu_s h}\right)\left(\frac{m}{2}g\right) , & a &= \left(\frac{\alpha}{a + \beta - \mu_s h}\right)\mu_s g \end{aligned}$$

Παρατηρήσεις

1. Παρατηρήστε ότι η μέγιστη επιβράδυνση στην δεύτερη περίπτωση είναι μεγαλύτερη από αυτή της πρώτης περίπτωσης.
2. Παρατηρήστε επίσης, ότι η κάθετη δύναμη στους πίσω τροχούς θα μηδενισθεί όταν $\beta - \mu_s h = 0 \Rightarrow h = \frac{\beta}{\mu_s}$ και για κάθε h μεγαλύτερο από την τιμή αυτή.
Τι θα γίνει τότε; Θα «ξεκολλήσουν» οι πίσω τροχοί. Το όχημα θα αρχίσει να ανατρέπεται – σούζα στους μπροστινούς τροχούς! Το όχημα δεν μπορεί να έχει αυθαίρετα «ψηλά το κέντρο βάρους». Κάτι αντίστοιχο δεν μπορεί να συμβεί στην πρώτη περίπτωση όπως φαίνεται από τον τύπο που μας δίνει την κάθετη δύναμη στους πίσω τροχούς.

(γ) Φρενάρουν όλοι οι τροχοί

Μέγιστη επιβράδυνση επιτυγχάνεται, όταν η τριβή σε όλους τους τροχούς είναι μέγιστη, δηλαδή όταν «επικείται» ολίσθηση τους. Ισχύει τότε :

$$T_{\mu} = \mu_s N_{\mu} \quad (4\gamma)$$

$$T_{\pi} = \mu_s N_{\pi} \quad (5)$$

Επιλύουμε το σύστημα των εξισώσεων 1,2,3,4γ,5 και υπολογίζουμε τους αγνώστους :

$$N_{\pi} = \left(\frac{\beta - \mu_s h}{a + \beta} \right) \left(\frac{m}{2} g \right) \quad , \quad N_{\mu} = \left(\frac{\alpha + \mu_s h}{a + \beta} \right) \left(\frac{m}{2} g \right)$$

$$a = \mu_s g$$

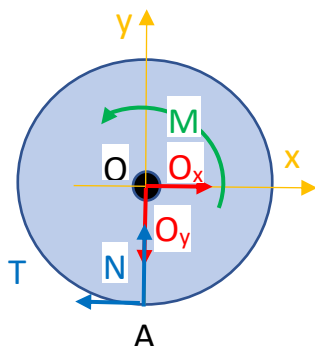
Παρατηρήσεις

1. Παρατηρήστε ότι η μέγιστη επιβράδυνση στην τρίτη περίπτωση είναι μεγαλύτερη ή ίση από αυτή της δεύτερης περίπτωσης. Η ισότητα ισχύει στην οριακή περίπτωση που αρχίζουν να «ξεκολλούν» οι πίσω τροχοί, όταν δηλαδή όλο το βάρος πέφτει στους μπροστινούς τροχούς.
2. Και στην περίπτωση αυτή υπάρχει κίνδυνος «ανατροπής» όταν $h \geq \frac{\beta}{\mu_s}$.

Είναι ενδιαφέρον να εξετάσει κανείς την «συζυγή» περίπτωση : Όταν δηλαδή το όχημα επιταχύνει. Αρκεί να αλλάξει την φορά της αδρανειακής δύναμης και φυσικά την φορά της τριβής στους τροχούς. Θα διαπιστώσει τότε ότι ισχύουν εντελώς ανάλογα αποτελέσματα. Θα βρει μάλιστα τις συνθήκες υπό τις οποίες κάποιο όχημα μπορεί να κάνει «σουζα» στους πίσω τροχούς όταν επιταχύνει!

2. Υπολογισμός ροπής πέδησης τροχού

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το Δ.Ε.Σ. ενός τροχού στον οποίο έχει επιβληθεί ροπή πέδησης M . Έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που δέχεται από το οδόστρωμα (N , T) καθώς και οι δυνάμεις που δέχεται από τον άξονα (άρθρωση) O γύρω από τον οποίο περιστρέφεται. Αν θεωρήσουμε τον τροχό αβαρή, τότε ισχύουν για τον παρατηρητή που κινείται μαζί του :



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow O_x = T$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow O_y = N$$

$$\sum M_o = 0 \Rightarrow M = Tr$$