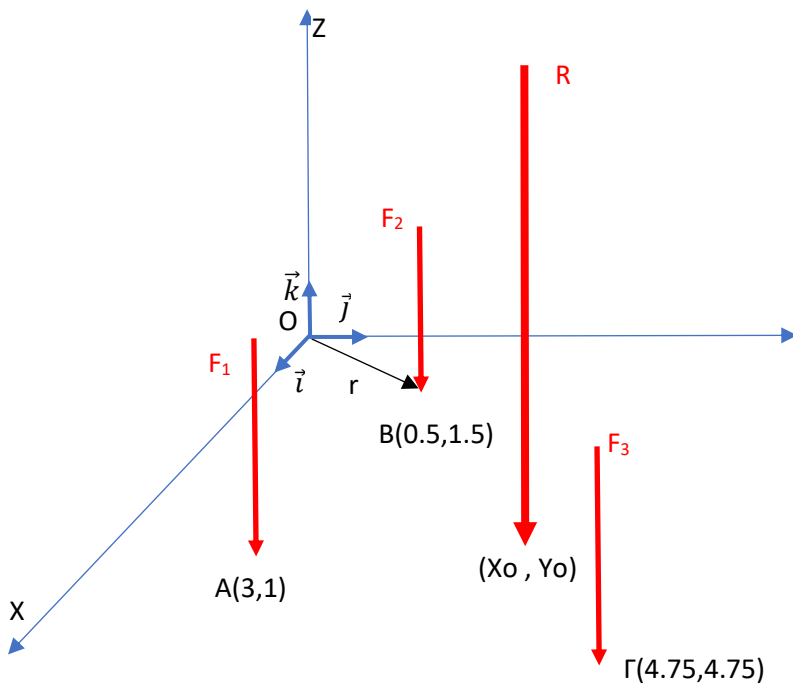


Συνισταμένη παραλλήλων δυνάμεων που δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο



Η συνισταμένη $\vec{R}$ παραλλήλων δυνάμεων $\vec{F}_i$ που δεν βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο, είναι μια δύναμη τέτοια που :

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F}_i$$

Ο «άξονας» της συνισταμένης βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η ροπή της ως προς ένα σημείο του χώρου να είναι ίση με το διανυσματικό άθροισμα των ροπών των συνιστωσών ως προς το σημείο αυτό. Αν υποθέσουμε ότι το σημείο αυτό είναι η αρχή των αξόνων, τότε μπορούμε να γράψουμε :

$$\vec{M}_O^R = \Sigma \vec{M}_O^{F_i}$$

Παράδειγμα

Έστω οι τρεις δυνάμεις του σχήματος, που είναι παράλληλες στον άξονα Z :

$$\vec{F}_1 = (-375N)\vec{k} , \quad \vec{F}_2 = (-260N)\vec{k} , \quad \vec{F}_3 = (-400N)\vec{k}$$

Οι άξονες των οποίων τέμνουν το επίπεδο XY στα σημεία A, B και Γ, όπως σχήμα (αποστάσεις σε m).

Για την συνισταμένη $\vec{R}$ ισχύει :

$$\vec{R} = \Sigma \vec{F}_i = (-375 - 260 - 400)\vec{k} \Rightarrow \vec{R} = (-1035 N)\vec{k}$$

Για την ροπή μιας οποιασδήποτε δύναμης από τις παραπάνω συμπεριλαμβανομένης και της συνισταμένης, ως προς την αρχή των αξόνων, ισχύει :

$$\vec{M}_O = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ r_x & r_y & 0 \\ 0 & 0 & F \end{vmatrix} = (r_y F \text{ Nm})\vec{i} - (r_x F \text{ Nm})\vec{j}$$

Όπου r είναι το «διάνυσμα θέσης» του σημείου που η δύναμη τέμνει το επίπεδο XY.

Για τις τρεις παραπάνω δυνάμεις, ισχύει συνεπώς :

$$\vec{M}_o^1 = (-375)\vec{i} - (-1125)\vec{j} = (-375 \text{ Nm})\vec{i} + (+1125 \text{ Nm})\vec{j}$$

$$\vec{M}_o^2 = (-390)\vec{i} - (-130)\vec{j} = (-390 \text{ Nm})\vec{i} + (+130 \text{ Nm})\vec{j}$$

$$\vec{M}_o^3 = (-1900)\vec{i} - (-1900)\vec{j} = (-1900 \text{ Nm})\vec{i} + (+1900 \text{ Nm})\vec{j}$$

Για δε την συνισταμένη :

$$\vec{M}_o^R = (Y_o R)\vec{i} - (X_o R)\vec{j} = (Y_o R)\vec{i} + (-X_o R)\vec{j}$$

Άρα :

$$Y_o R = \sum M_x^i = -2665 \text{ Nm} \Rightarrow \mathbf{Y_o = 2.57 \text{ m}}$$

$$-X_o R = \sum M_y^i = +3155 \text{ Nm} \Rightarrow \mathbf{X_o = 3.05 \text{ m}}$$