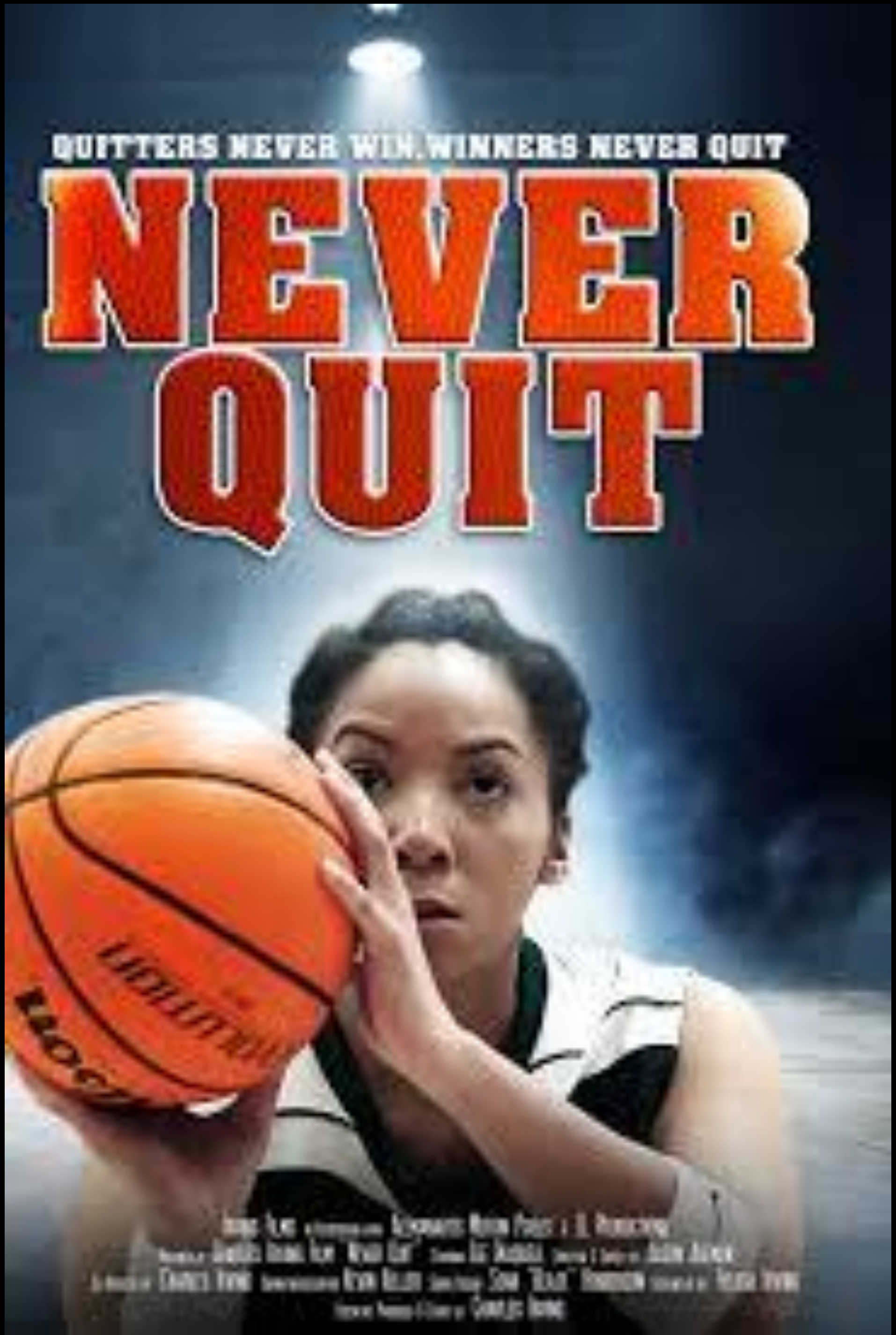
ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ Ι

ΔΙΑΛΕΞΗ (14/10/2022)

Επιμέλεια : Δρ. Μαργαρίτα Μωυσίδη


QUITTERS NEVER WIN, WINNERS NEVER QUIT
NEVER
QUIT


SUCCESS STEPS
GOAL
PLAN
WORK
SUCCESS

ΑΡΓΙΕΣ ΧΕΙΜΕΡΙΝΟΥ ΕΞΑΜΗΝΟΥ 2022-2023

- 28/10/2022 (Εθνική Εορτή) **ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ**
- **11/11/2022 (Αγίου Μηνά - Τοπική Εορτή Ηρακλείου)-ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ**
- 17/11/2022 (Επέτειος Πολυτεχνείου)
- 30/1/2023 (Εορτή Τριών Ιεραρχών)

Την Παρασκευή 28/10 και 11/11/2022 ΕΊΝΑΙ ΑΡΓΙΕΣ - ΔΕΝ ΘΑ ΓΙΝΕΙ ΜΑΘΗΜΑ

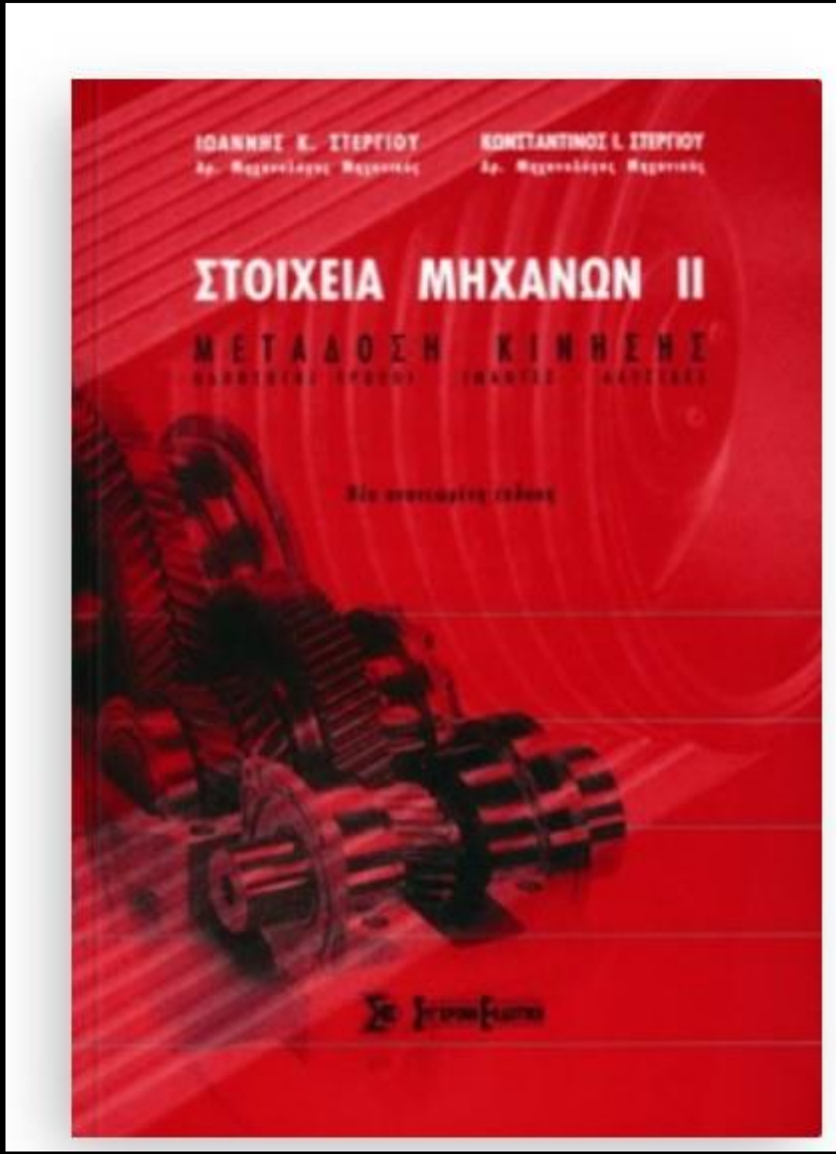
ΘΑ ΓΙΝΕΙ ΑΝΑΠΛΗΡΩΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΟΙ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΕΣ ΑΝΑΠΛΗΡΩΣΗΣ ΘΑ ΟΡΙΣΤΟΥΝ ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΣΥΝΝΕΝΕΩΣΗ ΜΕ ΤΟΥΣ ΦΟΙΤΗΤΕΣ

ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ Ι - ΘΑ ΓΙΝΟΝΤΑΙ ΕΠΙΠΡΟΣΘΕΤΕΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΕΙΣ-ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΕΦΟΣΟΝ ΧΡΕΙΑΣΤΕΙ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΟ ΒΙΒΛΙΟ

Βασικές Αρχές Σχεδιασμού -Περιέχει: Εποπτική θεώρηση του μηχανολογικού σχεδιασμού, Ανάλυση Φορτίων, Υλικά, Τάσεις σε στατικό σώμα, Ελαστική παραμόρφωση, μετατόπιση και ευστάθεια, Αστοχία: θεωρίες, συντελεστές ασφαλείας και αξιοπιστία, Κρούση, Κόπωση, Επιφανειακή φθορά, Κοχλίες και κοχλιοσυνδέσεις, Συνδέσεις με ήλωση, συγκόλληση και υλικά κόλλησης, Ελατήρια, Έδρανα ολίσθησης και λίπανση, Έδρανα κύλισης, Μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί ευθείας οδόντωσης, Ελικοειδείς και κωνικοί οδοντωτοί τροχοί, συστήματα ατέρμονα κοχλία-κορώνας, Άξονες, άτρακτοι και συνοδά στοιχεία, Συμπλέκτες και φρένα, Ιμάντες, αλυσίδες και άλλα ελαστικά στοιχεία μετάδοσης κίνησης, Στοιχεία μηχανών σε μικρονανομετρική κλίμακα, Σχέσεις και αλληλοεξαρτήσεις μεταξύ στοιχείων μηχανών: Μελέτη περίπτωσης, Μελέτη περίπτωσης: Σχεδιασμός και υλοποίηση τηλεκατευθυνόμενου αυτοκινήτου, MIL-HDBK-5J: Δεδομένα για χρήση μεταλλικών υλικών σε εφαρμογές αεροναυπηγικής, Συστήματα μονάδων, Ιδιότητες Διατομών και Στερεών, Ιδιότητες και χρήσεις υλικών, Υπολογισμός δοκών(εξισώσεις διάτμησης, ροπής και μετατόπισης), Συναρμογές και ανοχές, Ισορροπία δυνάμεων: διανυσματική προσέγγιση, Κανονικές κατανομές, Καμπύλες S-N, Οδοντωτοί τροχοί: βασική ορολογία και ανάλυση

ΔΙΔΑΣΚΟΜΕΝΟ ΒΙΒΛΙΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΕΤΩΝ (ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΟΥΜΕ ΜΕΡΟΣ ΑΠΟ ΑΥΤΌ ΚΑΙ ΣΤΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2022-2023)



Στοιχεία Μηχανών ΙΙ

Στεργίου Ι., Στεργίου Κ.,

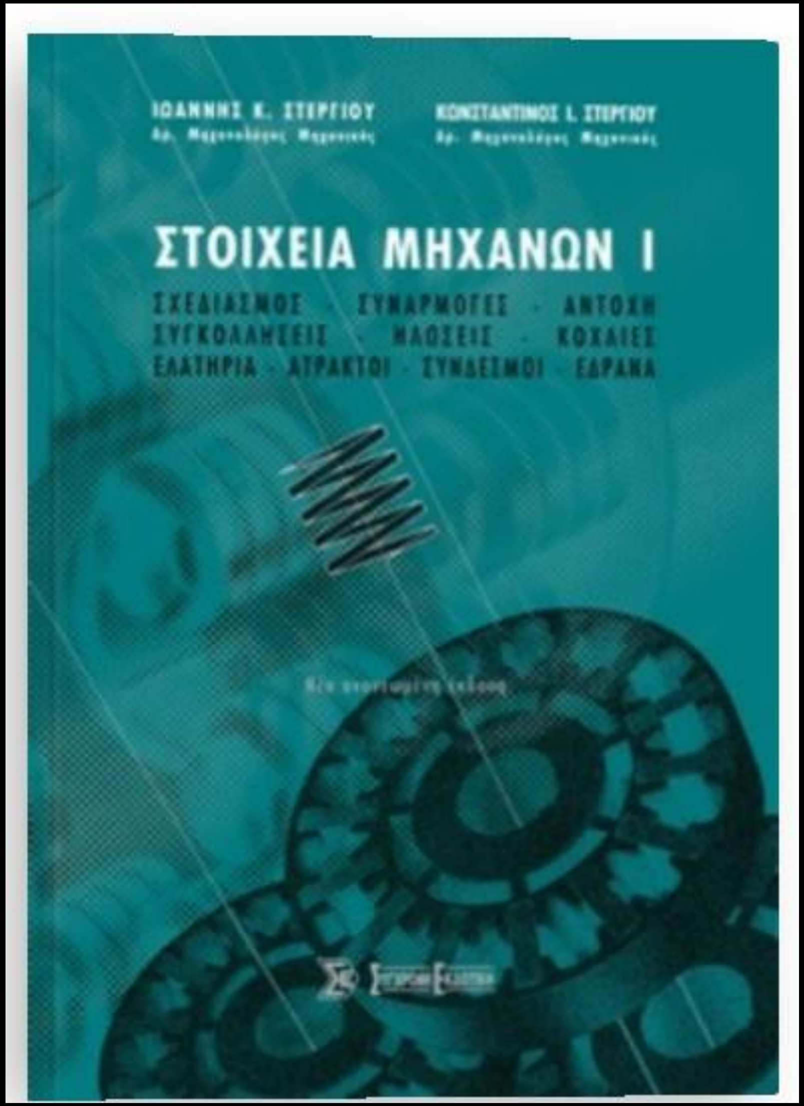
ISBN : 978-960-8165-29-8

Κωδικός Ευδόξου : 15748

Μέγεθος : 17*24

Αρ.Σελίδων : 304

ΔΙΔΑΣΚΟΜΕΝΟ ΒΙΒΛΙΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΝ ΕΤΩΝ



Στοιχεία Μηχανών Ι

Στεργίου Ι., Στεργίου Κ.,

ISBN : 978-960-8165-46-5

Κωδικός Ευδόξου : 15718

Μέγεθος : 17*24

Αρ.Σελίδων : 432

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ-ΜΕΡΟΣ Ι ΚΕΦΑΛΑΙΑ 1-2

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή, Εμβαδόν – Διάμετρος κύκλου)
2. Τάση
3. Καταπόνηση
4. Επιτρεπόμενη Τάση
5. Εφελκυσμός – Διάτμηση
6. Αντιδράσεις Στήριξης – Ροπή - Παραδείγματα
7. Περιστροφική Κίνηση
8. Εργο – Ισχύς
9. Συντελεστής Ασφάλειας

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή)

- Στα πλαίσια του μαθήματος είναι πολύ σημαντικό για την επιτυχή λύση των ασκήσεων – προβλημάτων να προσέξουμε την μετατροπή των μονάδων σε κάθε μέγεθος του συστήματος SI
- θα ασχοληθούμε μόνο με τα μεγέθη εκείνα και τις μονάδες που έχουν σχέση με το μάθημα των Στοιχείων Μηχανών. Τα μεγέθη και οι μονάδες είναι γνωστά από μαθήματα όπως η μηχανική και η αντοχή.
- Τα θεμελιώδη μεγέθη που αφορούν το μάθημα είναι το Μήκος - x, ο Χρόνος t, και η **Μάζα-M.** Τα παράγωγα μεγέθη προκύπτουν με απλές μαθηματικές σχέσεις από τα θεμελιώδη μεγέθη- π.x ταχύτητα (u=xt).
- Προσοχή το **Βάρος Β είναι ένα είδος δύναμης** (**B=Mg**) και έχει μονάδες μέτρησης δύναμης.

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή)

- Τα θεμελιώδη μεγέθη είναι το ΜΗΚΟΣ, ΧΡΟΝΟΣ, ΜΑΖΑ. Το σύστημα που έχει επικρατήσει είναι το Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI). Στο σύστημα SI το μήκος έχει μονάδα το μέτρο (m), ο χρόνος το δευτερόλεπτο (s) και η μάζα το χιλιόγραμμο (kg). - Η δύναμη είναι παράγωγο μέγεθος και έχει μονάδα το N (Newton) και παράγεται με συνδυασμό όλων των θεμελιωδών ως εξής: kg · (m /s^2)
- Για διάφορους μαθηματικούς τύπους, ισχύει το εξής : όταν κάνουμε αντικατάσταση των τιμών των μεγεθών, πρέπει οι τιμές να είναι αυτές στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων. Για παράδειγμα η ΤΑΣΗ = ΔΥΝΑΜΗ / ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ (σ=F/A). Εάν μας δίνονται μονάδες που δεν είναι στο SI θα πρέπει να μετατραπούν στο σύστημα SI.
- Αρχικά πριν ξεκινήσουμε την λύση των ασκήσεων προσέχουμε πρώτα τις μονάδες. Θα δούμε στην συνέχεια των διαλέξεων παραδείγματα.

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή)

ΜΕΓΕΘΟΣ	ΜΟΝΑΔΑ ΣΤΟ SI	ΜΟΝΑΔΑ
ΜΗΚΟΣ	m	mm , cm
ΧΡΟΝΟΣ	sec	min, hour
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ	m^2	mm^2, cm^2
ΔΥΝΑΜΗ	N	kpond
ΤΑΣΗ	N/m^2	$kPond/mm^2$, $kPond/cm^2$
ΡΟΠΗ	Nm	kPm, kPcm
ΙΣΧΥΣ	W	HP

Pascal= Nt/cm^2

1HP=745,699watts

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη - Μονάδες - Μετατροπή)

- Μήκος

1 m = 100 cm = 1000 mm

1 cm = 10 mm

1 cm = 0,01 m

1 mm = 0,1 cm = 0,001 m

- Χρόνος

1 min = 60 s

1 h = 60 min = 3600 s

1 s = 1/60 min

1 s = 1/3600 h

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη - Μονάδες - Μετατροπή)

- Δύναμη

1 kp (kiliopond) = 9,81 N , καποιες φορές λαμβανεται ισο με 10 N

1 kp (kiliopond) = 10N

1 daN = 1Kp= 10N

1 N = 0,1 kp

- Τάση

1 N/m^2 = 0,0001 N/cm^2

- Ροπή

1 N·m = 100 N·cm

- Στροφές

1 στρ/min = 1RPM = 60 στρ/s

1. Βασικές Γνώσεις (Μεγέθη – Μονάδες – Μετατροπή)

- Δύναμη

1 kp (kiliopond) = 9,81 N , καποιες φορές λαμβανεται ισο με 10 N

1 kp (kiliopond) = 10N

1 N = 0,1 kp

- Τάση

$1\ N/m^2 = 0{,}0001\ N/cm^2$

- Ροπή

1 N·m = 100 N·cm

- Στροφές

1 στρ/min = 1RPM = 60 στρ/s

- Ισχύς

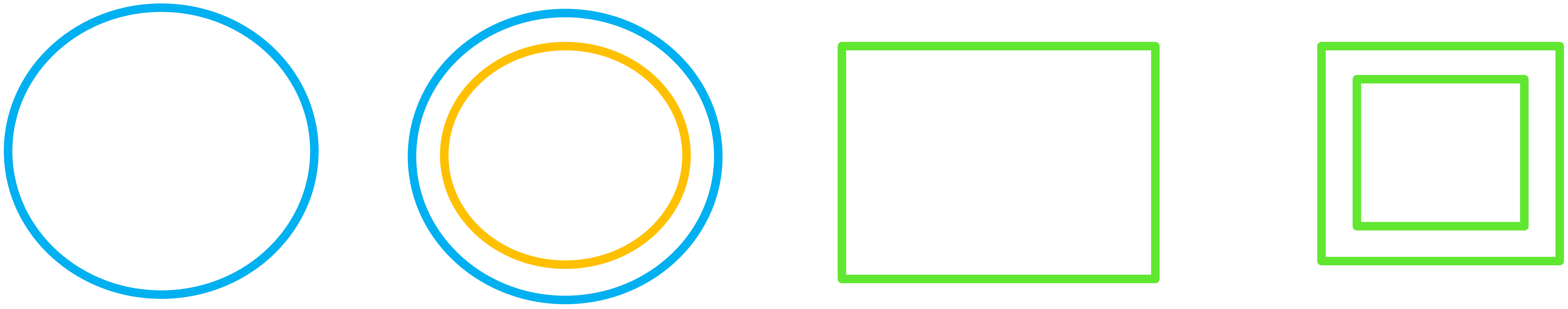
1 W = 0,001 kW

1 kW = 1000 W

1 HP = 746 W

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδόν- Διάμετρος κύκλου)

- Όταν χρειαστεί να κάνουμε τομές (π.χ σε μια ράβδο) δηλαδη να κόψουμε την ράβδο αναφερόμαστε στον όρο διατομή. Διατομή στα πλαίσια του μαθήματος ονομάζουμε το σχήμα που εχει η τομή (στην θέση που έγινε το υποτιθέμενο κόψιμο) που αντικειμένου.
- Τα σχήματα των διατομών που θα χρειαστεί κυρίως να γνωρίζουμε είναι ο ΚΥΚΛΟΣ (π.χ σωλήνας συμπαγής), ΔΑΚΤΥΛΙΔΙ (π.χ κυκλικές κοιλοδοκοί, έλαστρα) και διατομή ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ παραλληλόγραμμο - (επίσης και αλλά μεταξύ των οποίων ορθογώνια και τετράγωνα (π.χ τετραγωνικές κοιλοδοκοί)



1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδόν – Διάμετροι σωληνώσεων και ράβδων)

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδόν - Διάμετροι σωληνώσεων- ραβδων)

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδά)

- Εμβαδόν Τετραγώνου, $A = x^2$ όπου x=πλευρά τετραγώνου
- Εμβαδόν Ορθογωνίου, $A = α \cdot β$, όπου α, β =πλευρές
- Εμβαδόν Κύκλου, $\mathbf{A = \frac{π \cdot D^2}{4}}$, όπου D διάμετρος κύκλου

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδά)

- Στις Ασκήσεις

1. Εάν δίνεται η πλευρά x , οι πλευρές α, β η ακτίνα ή η διάμετρος του κύκλου υπολογίζουμε το εμβαδόν διατομής
2. Εάν δίνεται το εμβαδόν της διατομής τότε υπολογίζουμε τις διαστάσεις της διατομής είτε x είτε D

Εμβαδόν Τετραγώνου, $A = x^2$ τότε $\mathbf{x} = \sqrt{\mathbf{A}}$

Εμβαδόν Κύκλου, $\boldsymbol{A} = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$ $\quad \alpha\rho\alpha \quad$ $\boldsymbol{D} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{3.14}}$

, όπου D διάμετρος κύκλου

Άσκηση 1

Η διατομή μιας ράβδου έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 23 mm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.

Λυση

Συμβολιζουμε το μήκος της πλευράς με x. Αρα το εμβαδόν της διατομής θα είναι

$A = x^2 = (23\ \text{mm})^2 = 529\ \text{mm}^2$

Άσκηση 2

Η διατομή μιας ράβδου είναι κυκλική με διάμετρο D ίση με 2 cm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.

$$\mathbf{A} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \qquad \alpha\rho\alpha\ \mathbf{A} = \frac{3{,}14 \cdot (2\ cm)^2}{4} = 3{,}14\ \text{cm}^2$$

, όπου D διάμετρος κύκλου

- Άσκηση 1

Η διατομή μιας ράβδου έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 23 mm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.

Λυση

Συμβολιζουμε το μήκος της πλευράς με x. Αρα το εμβαδόν της διατομής θα είναι

$A = x^2 = (23\ \text{mm})^2 = 529\ \text{mm}^2$

- Άσκηση 2

Η διατομή μιας ράβδου είναι κυκλική με διάμετρο D ίση με 2 cm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής της ράβδου.

$$\mathbf{A} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \qquad \alpha\rho\alpha\ \mathbf{A} = \frac{3{,}14 \cdot (2\ cm)^2}{4} = 3{,}14\ \text{cm}^2$$

, όπου D διάμετρος κύκλου

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδά)

- Άσκηση 3

Η διατομή μιας ράβδου είναι τετραγωνική (ή έχει σχήμα τετραγώνου). Το εμβαδόν της ράβδου είναι 625 mm^2 . Να βρεθεί το μήκος της κάθε πλευράς της διατομής της ράβδου.

- Εμβαδόν Τετραγώνου, $A = x^2$ όπου x=πλευρά τετραγώνου

Επομένως $A = x^2 = 625\ mm^2$ … Λύνουμε ως προς **$x = 25$ mm**

1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδά)

- Άσκηση 4

Ένας σωλήνας έχει εσωτερική διάμετρο ίση με 14 mm και εξωτερική ίση με 16 mm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής του.

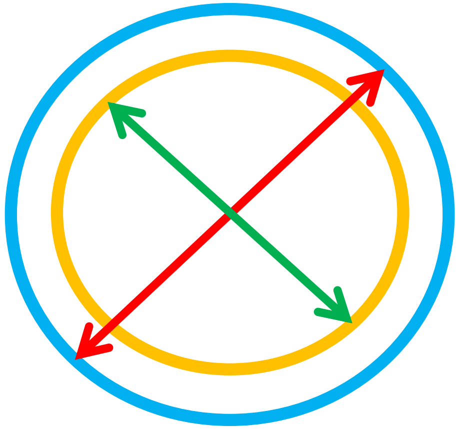
1. Βασικές Γνώσεις (Εμβαδά)

- Άσκηση 4

Ένας σωλήνας έχει εσωτερική διάμετρο ίση με 14 mm και εξωτερική ίση με 16 mm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής του.

Λύση: Η διατομή θα έχει σχήμα δαχτυλιδιού με εσωτερική διάμετρο Dεσ=14 mm και εξωτερική ίση με Dεξ=16 mm.

Το εμβαδόν της διατομής θα βρεθεί αν από το εμβαδόν του εξωτερικού κύκλου (διαμέτρου Dεξ) αφαιρεθεί το εμβαδόν του εσωτερικού κύκλου (διαμέτρου Dεσ).



$$\mathbf{A = A\varepsilon\xi\omega\tau - A\varepsilon\sigma\omega\tau\varepsilon\rho = \frac{\pi \cdot D\varepsilon\xi^2}{4} - \frac{\pi \cdot D\varepsilon\sigma^2}{4}}$$

$$= \frac{\mathbf{3{,}14 \cdot 16^2}}{\mathbf{4}} - \frac{\mathbf{3{,}14 \cdot 14^2}}{\mathbf{4}} = 201 - 153{,}9 = \mathbf{47{,}1\,mm^2}$$

1. Βασικές Γνώσεις

- Άσκηση 4

Ένας σωλήνας έχει εσωτερική διάμετρο ίση με 14 mm και εξωτερική ίση με 16 mm. Να βρεθεί το εμβαδόν της διατομής του.

- Εάν μας ρωτούσαν το πάχος του σωλήνα πόσο είναι ??

…η απάντηση θα ήταν 1 mm.

2. ΤΑΣΗ (σ)

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ ΑΠΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

- Η **ΤΑΣΗ** έχει την ιδια φυσική σημασία με την **ΠΙΕΣΗ**

ΤΑΣΗ = ΠΙΕΣΗ

- **ΠΙΕΣΗ** ονομάζεται το **ΠΗΛΙΚΟ της ΔΥΝΑΜΗΣ (F)** που ασκείται σε μια επιφάνεια προς το **ΕΜΒΑΔΟΝ (A) αυτής της επιφάνειας.** Το ίδιο ακριβώς είναι και η **τάση** που είναι όρος που χρησιμοποιείται περισσότερο στη Μηχανική, στην Αντοχή και στα Στοιχεία Μηχανών.

- Η ΠΙΕΣΗ συμβολίζεται με P η ΤΑΣΗ συμβολίζεται διεθνώς με το ελληνικό γράμμα **σ**. Επειδή τη δύναμη τη συμβολίζουμε με F ή Q και το εμβαδόν με A, θα ισχύει ο τύπος

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A}} \quad , \quad \boldsymbol{\sigma = \frac{Q}{A}}$$

2. ΤΑΣΗ

- Για παράδειγμα, ένας άνθρωπος με βάρος 80 kp πατώντας στα δυο του πόδια, που το καθένα έχει εμβαδόν επιφάνειας που ακουμπά στο έδαφος 200 cm^2, θα ασκεί στο έδαφος μια πίεση ίση με $80kp/400cm^2 = 0,2\ kp/cm^2$.
- Τα 80 kp κατανέμονται σε 400 cm^2, αρα σε 1 cm^2 αναλογούν 0,2 kp. Αυτό το γράφουμε 0,2 kp/ cm2 και διαβάζουμε ότι η τάση είναι 0,2 kp ανά cm^2. Το ενδιαφέρον είναι ότι και το κάθε πόδι χωριστά ασκεί στο έδαφος την ίδια τάση. Εφόσον ο άνθρωπος είναι 80 kp το κάθε πόδι ασκεί 40 kp σε επιφάνεια ενός ποδιού, δηλαδή σε 200 cm^2, επομένως η τάση θα είναι τώρα $40kp/200cm^2=0,2\ kp/\ cm^2$, ίδια όπως πριν.

- Τελικά τάση σε μια επιφάνεια μπορούμε να πούμε ότι είναι η δύναμη που ασκείται στη μονάδα αυτής της επιφάνειας. Δηλαδή θα είναι η δύναμη που ασκείται σε κάθε τετραγωνικό εκατοστό της ή σε κάθε τετραγωνικό χιλιοστό της επιφάνειας.
- Αν δύναμη 1000 Nt ασκείται σε μια επιφάνεια 4 cm^2 τότε σε ένα cm^2 θα ασκούνται : 1000/4=250 Nt/cm^2, δηλαδή σε κάθε cm^2 ασκούνται 250 Nt. **Άρα η τάση είναι 250 Nt/cm^2**.
- Παρατηρούμε ότι σε μια τέτοια περίπτωση η δύναμη που ασκείται σε κάθε επιφάνεια εξαρτάται από το εμβαδόν της επιφάνειας ενώ η τάση όχι, δηλαδή είναι ίδια παντού.
- Αν δύναμη 1000 Nt ασκείται σε μια επιφάνεια 4 cm^2 τοτε **σε 2 cm^2 ποση δύναμη θα ασκείται ?** … η δύναμη που αντιστοιχεί θα είναι 500 Nt, ενώ η **τάση θα είναι 500/2=250 Nt/cm^2**, δηλαδή η ίδια με πριν.

2. ΤΑΣΗ

- Αν δύναμη 1000 Nt ασκείται σε μια επιφάνεια 4 cm^2 τοτε η

  τάση θα είναι σ = 1000/4 = 250 Nt/cm^2

- Αν δύναμη 500 Nt ασκείται σε μια επιφάνεια σε 4 cm^2 τότε η

  τάση θα είναι σ = 500/4 = 125 Nt/cm^2

Το σημαντικό συμπέρασμα που έχουμε από όλα αυτά είναι ότι **αν θα αντέξει ένα δοκίμιο (ράβδος, μεταλλικό φύλλο, έλασμα, βίδα, κλπ.) εξαρτάται** όχι μόνο από το μέγεθος της δύναμης αλλά και από την επιφάνεια που ασκείται αυτή η δύναμη, δηλαδή από την **τάση**.

Αν θέλουμε να ελέγξουμε την ικανότητα ενός δοκιμίου σε αντοχή, θα ελέγξουμε την τάση που ασκείται σε αυτό και όχι μόνο τη δύναμη.

2. ΤΑΣΗ

Το σημαντικό συμπέρασμα που έχουμε από όλα αυτά είναι ότι **αν θα αντέξει ένα δοκίμιο** (ράβδος, μεταλλικό φύλλο, έλασμα, βίδα, κλπ.) **εξαρτάται** όχι μόνο από το μέγεθος της δύναμης αλλά και από την επιφάνεια που ασκείται αυτή η δύναμη, δηλαδή από την **τάση**.

Αν θέλουμε να ελέγξουμε την ικανότητα ενός δοκιμίου σε αντοχή, θα ελέγξουμε την τάση που ασκείται σε αυτό και όχι μόνο τη δύναμη.

3. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

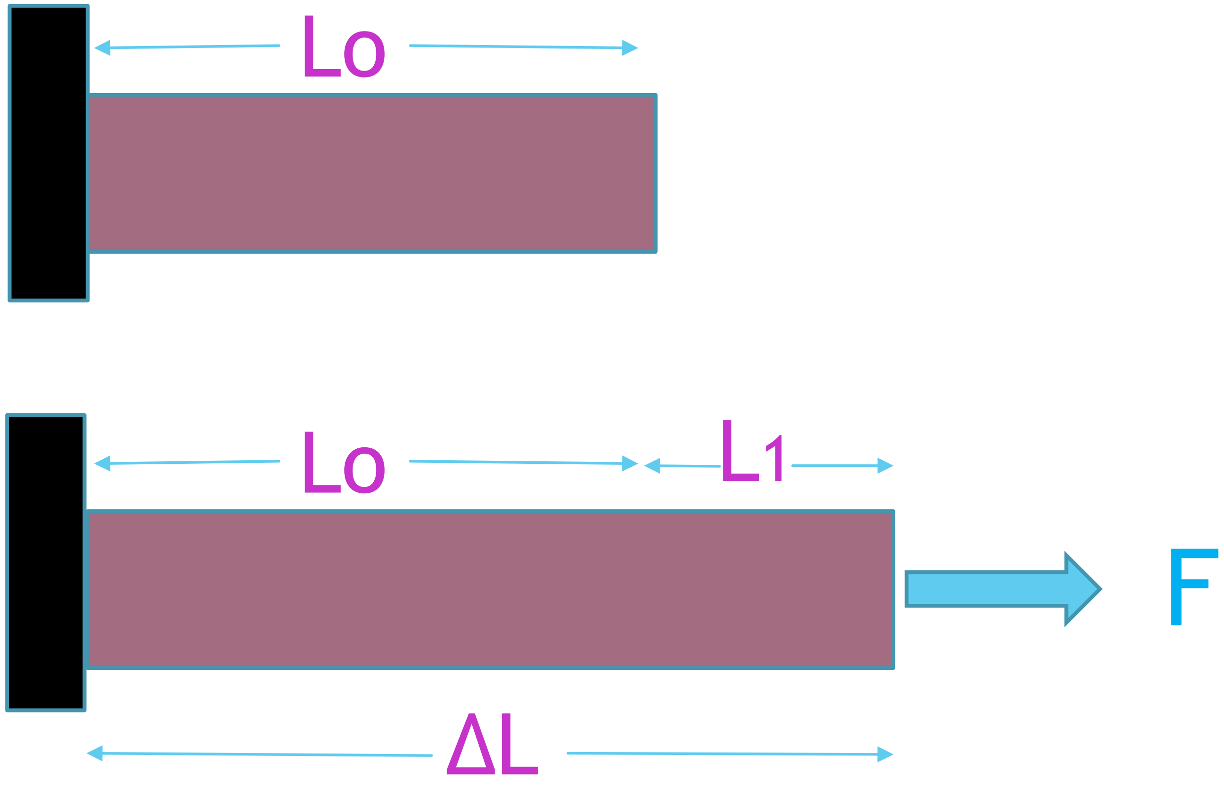
- Όταν σε ένα σώμα ασκούνται δυνάμεις ή ροπές, τότε λέμε ότι το σώμα **καταπονείται** και εισάγουμε την έννοια της **καταπόνησης.**
- Σε ένα σώμα που καταπονείται δημιουργούνται τάσεις ή παραμορφώσεις. Όταν λέμε ότι δημιουργούνται τάσεις εννοούμε ότι το σώμα (π.χ. ένα κομμάτι σίδερο) μπορεί να ισορροπεί αλλά μέσα τα μόριά του δεν είναι ήρεμα, αλλά λόγω της καταπόνησης υπάρχει μικρός ή μεγάλος κίνδυνος να αποχωριστούν μεταξύ τους και το κομμάτι να **λυγίσει ή να σπάσει = να** ***αστοχήσει.***

αστοχία

3. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

Οι βασικές καταπονήσεις είναι οι εξής:

- 1. **Εφελκυσμός** (όταν σε ένα κομμάτι ασκούνται δυνάμεις που βρίσκονται στην ίδια ευθεία και το στοιχείο επιμηκύνεται)

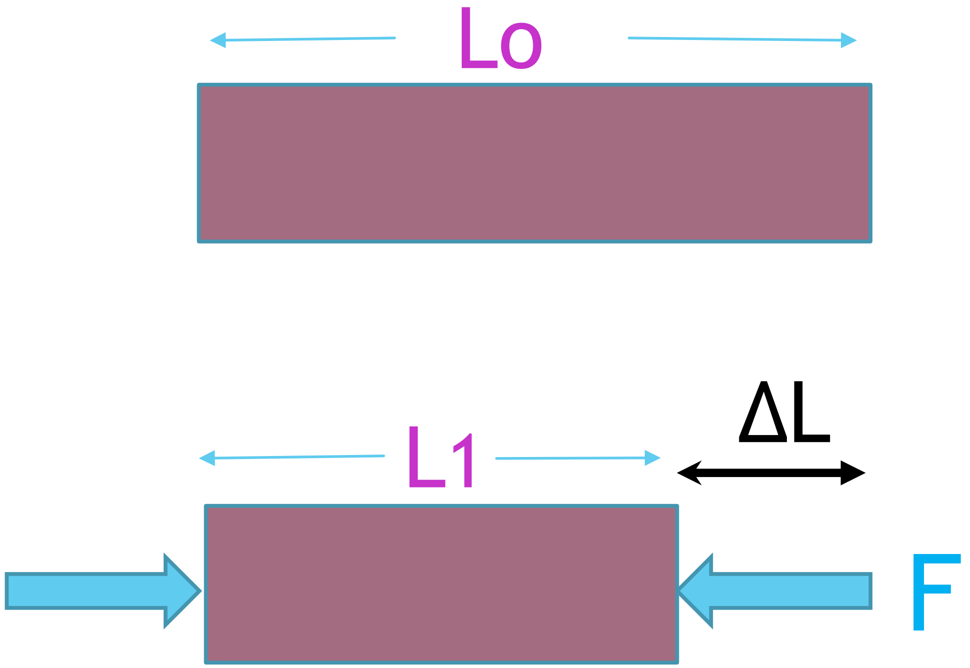


ΔL = Lo+L1

3. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

Οι βασικές καταπονήσεις είναι οι εξής:

- 2. Θλίψη (όταν σε ένα κομμάτι ασκούνται δυνάμεις που βρίσκονται στην ίδια ευθεία, δηλαδή το στοιχείο θλίβεται- συμπιέζεται)



$$Lo = L1 + \Delta L$$

$$\Delta L = Lo - L1$$

3. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

- 3. Διάτμηση (όταν σε ένα στοιχείο ασκούνται δυνάμεις που τείνουν να το κόψουν)

- 4. Κάμψη (όταν οι δυνάμεις δημιουργούν ροπή που πάει να σπάσει το στοιχείο π.χ. βατήρας κολυμβητηρίου)

- 5. Στέψη (όταν έχουμε ένα κομμάτι και είναι σταθερό από τη μια μεριά και από την άλλη μια ροπή πάει να το περιστρέψει γύρω από τον διαμήκη άξονά του, για παράδειγμα όταν με το κατσαβίδι περιστρέφουμε μια βίδα)

3. ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΗ

Οι βασικές καταπονήσεις είναι οι εξής πέντε:

- **1. Εφελκυσμός** (όταν σε ένα κομμάτι ασκούνται δυνάμεις που βρίσκονται στην ίδια ευθεία και το στοιχείο επιμηκύνεται)
- **2. Θλίψη** (όταν σε ένα κομμάτι ασκούνται δυνάμεις που βρίσκονται στην ίδια ευθεία και το στοιχείο θλίβεται - συμπιέζεται)
- **3. Διάτμηση** (όταν σε ένα στοιχείο ασκούνται δυνάμεις που τείνουν να το κόψουν)
- **4. Κάμψη** (όταν οι δυνάμεις δημιουργούν ροπή που πάει να σπάσει το στοιχείο π.χ. βατήρας κολυμβητηρίου)
- **5. Στέψη** (όταν έχουμε ένα κομμάτι και είναι σταθερό από τη μια μεριά και από την άλλη μια ροπή πάει να το περιστρέψει γύρω από τον διαμήκη άξονά του, για παράδειγμα όταν με το κατσαβίδι περιστρέφουμε μια βίδα)

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΒΑΣΙΚΟΣ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ-ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- Ένας από τους βασικούς σκοπούς της αντοχής των υλικών είναι να μπορεί να υπολογίσει για κάθε περίπτωση καταπόνησης, τις **τάσεις** που δημιουργούνται σε ένα στοιχείο (π.χ σε ένα μέταλλο).
- Όταν γνωρίζουμε τις **τάσεις** μπορέσουμε να ελέγξουμε αν το μεταλλικό στοιχείο κινδυνεύει να **αστοχήσει**, δηλαδη **την αστοχία**.
- ***Σε έναν μηχανολογικό εξοπλισμό χρειαζεται να γνωρίζουμε ΜΕΧΡΙ ΠΟΙΑ ΤΑΣΗ (=ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ) ΜΠΟΡΕΙ να φτάνει η καταπόνηση σε ένα μέταλλο για να ΜΗΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ.***
- Μπορούμε να βρουμε τις διαστασεις (το πάχος) που πρέπει να έχει ένα κομμάτι για να μην υπερβεί την επιτρεπόμενη τάση και έτσι δε θα υπάρχει κίνδυνος να αστοχήσει.

ΠΟΙΟΣ ΕΙΝΑΙ Ο ΒΑΣΙΚΟΣ ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΑΝΤΟΧΗΣ ΥΛΙΚΩΝ- ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- Μπορούμε να βρούμε τις διαστάσεις (το πάχος) που πρέπει να έχει ένα κομμάτι για να μην υπερβεί την επιτρεπόμενη τάση και έτσι δε θα υπάρχει κίνδυνος να αστοχήσει.
- Αν δηλαδή, η καταπόνηση που δέχεται είναι τέτοια που οι τάσεις ξεπερνούν την επιτρεπόμενη τιμή, θα πρέπει να επιλέξουμε μεγαλύτερη διατομή δηλαδη επιλέξουμε πιο μεγαλο πάχος ώστε να αντέξει.
- Στην αντοχή, στους υπολογισμούς, δεν αρκεί να βρούμε τις δυνάμεις αλλά

πρέπει να υπολογίσουμε τις τάσεις. Διότι αν η δύναμη ασκείται σε ένα χονδρό κομμάτι αυτό δεν έχει πρόβλημα το κομμάτι να αστοχήσει, ενώ η ίδια δύναμη σε ένα πιο λεπτό ίσως το σπάσει.

- Η τάση όμως επειδή λαμβάνει υπ’ όψιν της και τη διατομή, μας λέει καλύτερα αν το κομμάτι θα αντέξει ή όχι.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- **Η ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ σχετίζεται με:**

1. Την **καταπόνηση.** Για κάθε είδος καταπόνησης έχουμε και τη δράση διαφορετικών τάσεων, για κάθε καταπόνηση έχουμε και μια διαφορετική επιτρεπόμενη τάση.
2. Το **υλικό** από το οποίο είναι φτιαγμένο το στοιχείο που εξετάζουμε. Επίσης για διαφορετικά υλικά έχουμε και διαφορετικές επιτρεπόμενες τάσεις.

- **Η ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ ΚΑΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ ΔΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΗΝ ΝΟΜΟΘΕΣΙΑ**

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- ΣΤΙΣ **ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

1. **<u>υπολογίζουμε</u> την τάση που δημιουργεί η καταπόνηση και**
2. **<u>εξετάζουμε</u> εαν είναι μικρότερη ή μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη.**

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

ΓΕΝΙΚΑ

- Αν σε ένα κομμάτι δημιουργηθεί τάση ίση ή λίγο μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη αυτό δεν σημαίνει ότι το κομμάτι θα αστοχήσει.
- Η επιτρεπόμενη τάση έχει μια τιμή που δεν πρέπει να ξεπερνάμε διότι αν αυτό γίνεται συχνά, κάποια στιγμή αργά ή γρήγορα, το κομμάτι είτε θα λυγίσει υπερβολικά είτε θα σπάσει θα αστοχήσει.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

ΓΕΝΙΚΑ

- Υπάρχει ένα συντελεστή ασφαλείας, που σημαίνει ότι για λόγους ασφαλείας η επιτρεπόμενη τάση είναι τέτοια που το κομμάτι ουσιαστικά αντέχει για λίγο μια μικρή παραπάνω δύναμη.
- Ο συντελεστής ασφαλείας μας δείχνει πόσες φορές μεγαλύτερη τάση πρέπει να ασκηθεί στο κομμάτι ώστε αυτό να σπάσει-αστοχήσει.
- Συνήθως στα στοιχεία των μηχανών ο συντελεστής ασφαλείας είναι μεγαλύτερος από 2, αλλά η τιμή του μπορεί να ξεπεράσει και το 10.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

ΓΕΝΙΚΑ

- Τις επιτρεπόμενες τάσεις για κάθε υλικό και για κάθε καταπόνηση, τις βρίσκουμε από πίνακες.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

ΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΔΙΑΚΡΙΝΟΝΤΑΙ ΚΥΡΙΩΣ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ

1. **ΖΗΤΕΙΤΑΙ** να υπολογιστεί **το εμβαδόν της διατομής** ενός κομματιού ετσι ώστε να αντέχει τα φορτία. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ** οι δυνάμεις καταπόνησης και την επιτρεπόμενη τάση του υλικού.

- Το **εμβαδόν** το βρίσκουμε από τον τύπο:

$$\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F}{A}$$

λύνουμε ως προς Α και βρίσκουμε το εμβαδόν

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

ΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΔΙΑΚΡΙΝΟΝΤΑΙ ΚΥΡΙΩΣ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ

1. **ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 1: ΖΗΤΕΙΤΑΙ** να υπολογιστεί **το εμβαδόν A της διατομής** ενός κομματιού ετσι ώστε να αντέχει τα φορτία. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ** οι δυνάμεις καταπόνησης **F** και την επιτρεπόμενη τάση του υλικού **σ(επιτρεπόμενη)**.

- Το **εμβαδόν** **A** το βρίσκουμε από τον τύπο: $\sigma_{(\epsilon\pi\iota\tau\rho\epsilon\pi o\mu\epsilon\nu o)} = \frac{F}{A}$

λύνουμε ως προς **A** και βρίσκουμε το εμβαδόν

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

2. **ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 2: ΖΗΤΕΙΤΑΙ** να υπολογιστεί η δύναμη μέχρι την οποία αντέχει ένα κομμάτι. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ η** διατομή και η επιτρεπόμενη τάση του υλικού.

- Την δύναμη F την βρίσκουμε από τον τύπο:

$$\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F}{A}$$

λύνουμε ως προς F και βρίσκουμε την δύναμη που μπορεί να αντέξει το στοιχείο.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- **ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 3: ΖΗΤΕΙΤΑΙ** να ελέγχει εάν το στοιχείο αντέχει. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ οι διαστάσεις (διατομή),** οι δυναμεις που καταπονούν το στοιχείο η επιτρεπόμενη τάση. Μας ζητούν να ελέγξουμε αν ένα κομμάτι αντέχει.
- Πρώτα θα βρούμε το *σ* από τη σχέση:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- Ελέγχουμε αν η τάση που δημιουργείται στο στοιχείο είναι μικρότερη ή όχι από την επιτρεπόμενη.

$$\sigma \leq \sigma_{(επιτρεπόμενο)}$$

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- **ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 4: ΖΗΤΕΙΤΑΙ** το υλικό ώστε το κομμάτι να αντέχει. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ οι διαστάσεις (διατομή) και** οι δυναμεις που καταπονούν το στοιχείο.
- Πρώτα θα βρούμε το *σ* από τη σχέση:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- Κατόπιν από τους πίνακες με τις επιτρεπόμενες τάσεις βρίσκουμε το υλικό με επιτρεπόμενη τάση λίγο μεγαλύτερη από την ταση που βρήκαμε (για λόγους ασφαλείας και οικονομίας) και επιλέγουμε αυτό το υλικό.

4. ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ

- **ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ 4: ΖΗΤΕΙΤΑΙ** το υλικό ώστε το κομμάτι να αντέχει. **ΔΙΝΟΝΤΑΙ οι διαστάσεις (διατομή) και** οι δυναμεις που καταπονούν το στοιχείο.
- Πρώτα θα βρούμε το *σ* από τη σχέση:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

- Κατόπιν από τους πίνακες με τις επιτρεπόμενες τάσεις βρίσκουμε το υλικό με επιτρεπόμενη τάση λίγο μεγαλύτερη από την τάση που βρήκαμε (για λόγους ασφαλείας και οικονομίας) και επιλέγουμε αυτό το υλικό.

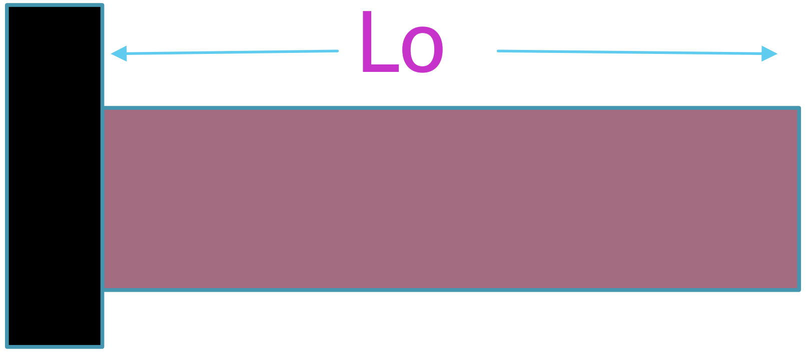
5. Εφελκυσμός

- **Εφελκυσμός** είναι η καταπόνηση που γίνεται σε ένα δοκίμιο όταν ασκούνται σ' αυτό δυνάμεις συνευθειακές που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και το **επιμηκύνουν**.

- ΣΤΟΝ ΕΦΕΛΚΥΣΜΟ ΙΣΧΥΕΙ η γνωστή ΣΧΕΣΗ

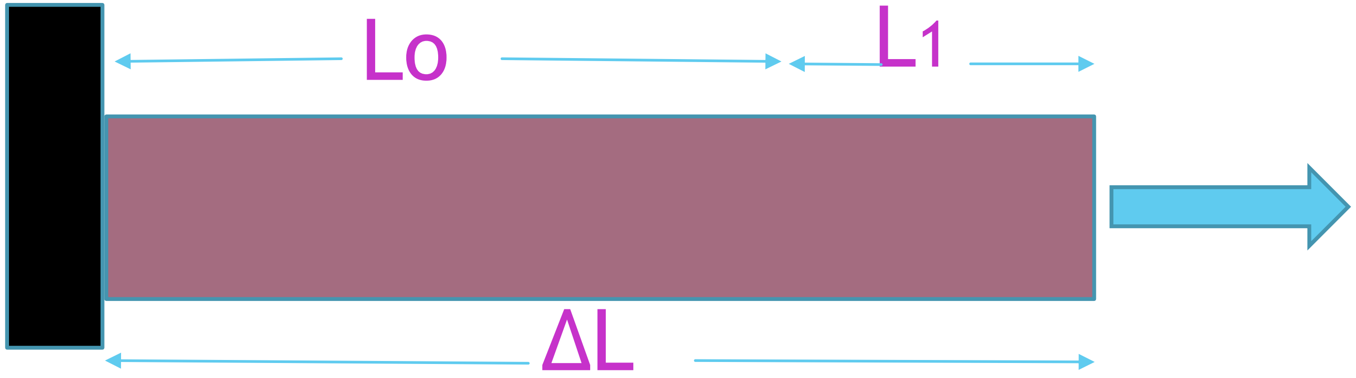
$$\sigma = \frac{F}{A} \qquad \sigma_{\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi} = \frac{Fmax}{A}$$

- **<u>Εφελκυσμός</u>** είναι η καταπόνηση που γίνεται σε ένα δοκίμιο όταν ασκούνται σ' αυτό δυνάμεις συνευθειακές που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις και το **<u>επιμηκύνουν</u>**.



$\Delta L = Lo+L1$

Η δύναμη **<u>F είναι αξονική δύναμη</u>** (ασκείται κατά τον άξονα του δοκιμίου)

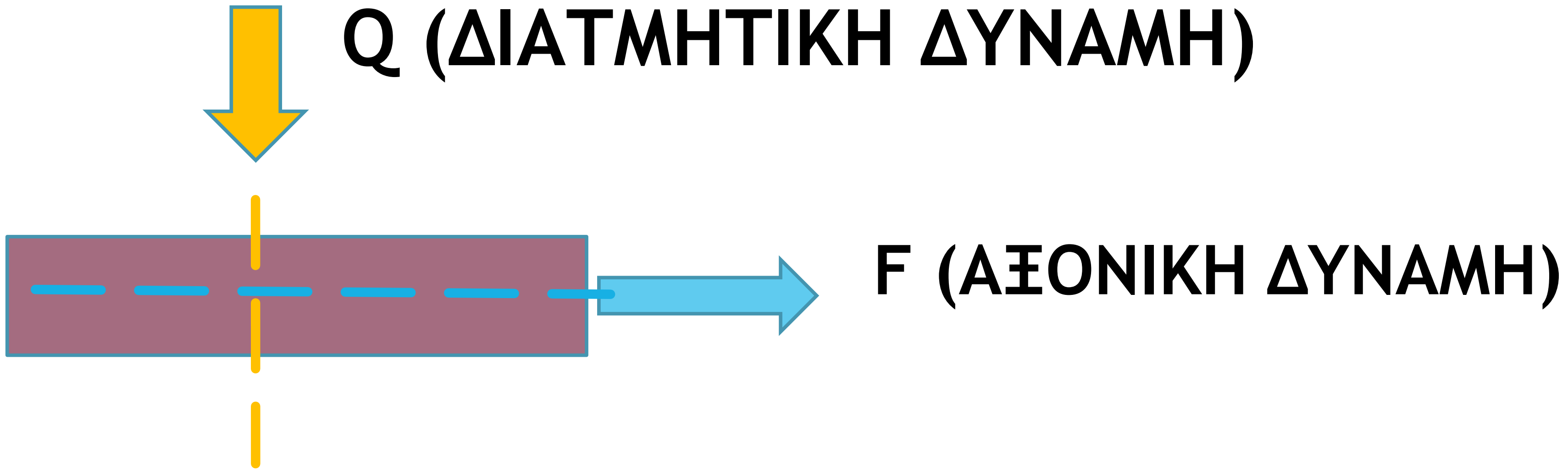


F (ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ)

F

Εφόσον εφαρμόζεται η F θα εμφανίζεται και η αντίδραση της F δηλαδή η -F

- Όταν έχουμε μια ράβδο που δεν εφελκύεται μόνο αλλά δέχεται και **<u>δυνάμεις κάθετες στον άξονά της</u>** (δηλαδή κάθετες στο μήκος της, **<u>εγκάρσιες Q</u>**), τότε λέμε ότι δέχεται και **<u>διατμητικές δυνάμεις Q</u>**.



ΣΤΗΝ ΔΙΑΤΜΗΣΗ ΙΣΧΥΕΙ Η ΣΧΕΣΗ $\tau = \frac{Q}{A}$ **και** $\tau_{επιτρεπ} = \frac{Qmax}{A}$

- Πολύ συχνά το εμβαδόν της επιφάνειας το ονομάζουμε απλά διατομή και **συνήθως στις ασκήσεις δεν μας δίνουν το εμβαδόν, αλλά τις διαστάσεις (D) για να υπολογίσουμε το εμβαδόν.**

- Άσκηση : Έστω μια ράβδος που θα **εφελκύεται με μέγιστη δύναμη** 4800 N (το πολύ δηλαδή η δύναμη να φτάσει αυτή την τιμή) και είναι φτιαγμένη από ένα υλικό με **επιτρεπόμενη τάση** ίση με 1200 N/cm^2.

i) Αν η ράβδος έχει **διατομή τετράγωνη να βρείτε την πλευρά της** και αν ii) η ράβδος έχει διατομή κυκλική να βρείτε την διάμετρό του.

Δίνονται από εκφώνηση

- **εφελκύεται με μέγιστη δύναμη** 4800 N
- **επιτρεπόμενη τάση** ίση με 1200 N/cm^2

Λύση

- 1. Χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F_{max}}{A}$$

λύνουμε ως προς Α και βρίσκουμε το εμβαδόν

- i) Αν η ράβδος έχει **διατομή τετράγωνη** (A = x^2) **η πλευρά της θα είναι** $\mathbf{x} = \sqrt{\boldsymbol{A}}$
- ii) η ράβδος έχει διατομή κυκλική, η διάμετρό είναι $\mathbf{A} = \frac{\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{D}^2}{\mathbf{4}}$

$$\alpha\rho\alpha \quad \boldsymbol{D} = \sqrt{\frac{\mathbf{4}\cdot\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{\pi}}} = \sqrt{\frac{\mathbf{4}\cdot\boldsymbol{A}}{\mathbf{3.14}}}$$

- Λύση

- 1. Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F_{max}}{A} = \frac{4800}{1200}$

λύνουμε ως προς A και βρίσκουμε το εμβαδόν $A = \frac{F_{max}}{\sigma(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)} = \frac{4800}{1200} = 4\ cm^2$

- i) Αν η ράβδος έχει **διατομή τετράγωνη** ($A = x^2$) **η πλευρά της θα είναι**

$\mathbf{x} = \sqrt{\boldsymbol{A}} = \sqrt{\boldsymbol{4cm^2}} = 2$ cm

- ii) η ράβδος έχει διατομή κυκλική, η διάμετρος είναι $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

$\alpha\rho\alpha \quad \boldsymbol{D} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{3.14}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4cm^2}{3.14}} = 2,26$ cm

- **Λύση**

- 1. Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F_{max}}{A} = \frac{4800}{1200}$

λύνουμε ως προς A και βρίσκουμε το εμβαδόν $A = \frac{F_{max}}{\sigma(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)} = \frac{4800}{1200} = 4\ cm^2$

- i) Αν η ράβδος έχει **διατομή τετράγωνη** ($A = x^2$) η **πλευρά της θα είναι**

$x = \sqrt{A} = \sqrt{4cm^2}$ = 2 cm και λέμε η πλευρά του τετραγώνου **<u>θα είναι τουλάχιστον 2 cm</u>**

- ii) η ράβδος έχει διατομή κυκλική, η διάμετρος είναι $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

- $\alpha\rho\alpha \quad D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{3.14}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4cm^2}{3.14}}$ = 2,26 cm και λέμε η διάμετρος του κύκλου θα

είναι τουλάχιστον 2,26 cm

- **Λύση**

- 1. Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)} = \frac{F_{max}}{A} = \frac{4800}{1200}$

λύνουμε ως προς A και βρίσκουμε το εμβαδόν $A = \frac{F_{max}}{\sigma(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)} = \frac{4800}{1200} = 4 \text{ cm}^2$

- i) Αν η ράβδος έχει **διατομή τετράγωνη** ($A = x^2$) **η πλευρά της θα είναι**

$x = \sqrt{A} = \sqrt{4cm^2} = 2$ cm και λέμε η πλευρά του τετραγώνου <u>**θα είναι τουλάχιστον 2 cm**</u>

- ii) η ράβδος έχει διατομή κυκλική, η διάμετρος είναι $A = \frac{\pi \cdot D^2}{4}$

- *αρα* $D = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{3.14}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4cm^2}{3.14}} = 2{,}26$ cm και λέμε η διάμετρος του κύκλου θα

είναι τουλάχιστον 2,26 cm

- Ασκηση

- Έχουμε μια ράβδο από σίδερο με **διάμετρο 16 χιλιοστά** η οποία είναι από υλικό που έχει **επιτρεπόμενη τάση σ(επιτρεπ)=1600 N/cm²**. Να βρείτε πόσο είναι το **μέγιστο φορτίο (μέγιστη δύναμη)** που μπορούμε να κρεμάσουμε στην ράβδο.

- Fmax$= A \cdot \sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu\eta)}$

$$\sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu\eta)} = \frac{F_{max}}{A}$$

- **Βρίσκουμε το** $\mathbf{A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot (16mm)^2}{4} = 201mm^2}$

- **ΠΡΟΣΟΧΗ !! ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΣΕ ΧΙΛΙΟΣΤΑ (mm) ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ ΣΕ ΕΚΑΤΟΣΤΑ στο ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ (cm^2) ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΑ ΧΙΛΙΟΣΤΑ σε ΕΚΑΤΟΣΤΑ**

- Fmax$= A \cdot \sigma_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu\eta)} = 201mm^2 \cdot 1600\ N/cm^2 =$

$$= 2,01cm^2 \cdot 1600\ N/cm^2 = 3216\ N$$

Επομένως το μέγιστο φορτίο που μπορεί να δεχτεί η ράβδος είναι 3216 N.

Άσκηση

- Μια ράβδος θα υφίσταται μόνο **διάτμηση με μέγιστη δύναμη** 5000 daN και είναι φτιαγμένη από υλικό **με επιτρεπόμενη διατμητική τάση** ίση με 700 N/cm^2 (τεπ=700 N/cm^2). Αν η ράβδος είναι κυκλικής διατομής, να βρείτε την διάμετρό της σε mm.

1. Χρησιμοποιούμε τον τύπο: $\tau_{(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu\eta)} = \dfrac{F_{max}}{A}$

λύνουμε ως προς Α και βρίσκουμε το εμβαδόν $A = \dfrac{F_{max}}{\tau\,(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)} = \dfrac{5000}{700} = 7{,}14\ \text{cm}^2$

η ράβδος έχει διατομή κυκλική, η διάμετρος είναι $A = \dfrac{\pi \cdot D^2}{4}$

$$\alpha\rho\alpha \quad D = \sqrt{\frac{4\cdot A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot A}{3.14}} = \sqrt{\frac{4\cdot 7{,}14 cm^2}{3.14}} = 3{,}02\ \text{cm}$$

Άρα η διάμετρος θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 3,02 cm=30,2 mm.

- Άσκηση στην αίθουσα:

Μια ράβδο από σίδερο με διάμετρο 16 χιλιοστά και υλικό με επιτρεπόμενη τάση σεπ=1200 N/cm^2. Εάν εφαρμόσουμε σε αυτήν βάρος 5000 N. Να βρεθεί αν θα αντέξει η ράβδος.

- Άσκηση στην αίθουσα:

Μια ράβδο από σίδερο με διάμετρο 16 χιλιοστά και υλικό

με επιτρεπόμενη τάση σεπ=1200 N/cm^2. Εάν εφαρμόσουμε σε αυτήν βάρος 5000 N. Να βρεθεί αν θα αντέξει η ράβδος.

Λύση

Πρέπει να βρούμε την τάση λόγω του βάρους (σ) και να την συγκρίνουμε με την επιτρεπόμενη τάση (σεπιτρ)

1. Η τάση λόγω του βάρους (σ) είναι $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5000\text{N}}{A}$
2. Βρίσκουμε το A= $\frac{\boldsymbol{\pi \cdot D^2}}{\mathbf{4}} = \frac{\boldsymbol{\pi \cdot (16mm)^2}}{\mathbf{4}} = \mathbf{201mm^2} \sim 2\ \text{cm}^2$
3. Υπολογίζουμε το $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5000\text{N}}{2{,}01\ cm^2} = \frac{5000\text{N}}{2{,}01\ cm^2} = \mathbf{2500N/cm^2 > 1200N}$

- Εφόσον σ > σεπ η ράβδος δεν θα αντέξει.

- Στην περίπτωση αυτή εφοσον δεν αντεχει μπορούμε να κανουμε μια διερευνηση. Λέμε αφού δεν αντέχει θα πρέπει να βάλουμε άλλο υλικό με επιτρεπόμενη τάση μεγαλύτερη ή ίση με 2500 N/cm2 ή να μεγαλώσουμε τη διατομή της ράβδου. Άρα ή θα ανατρέξουμε στους πίνακες με τις επιτρεπόμενες τάσεις ή θα διαλέξουμε μεγαλύτερη διάμετρο. Εστω ότι θα κάνουμε το δεύτερο.
- Ας υποθέσουμε όμως ότι παίρνουμε μια άλλη ράβδο με διάμετρο 24 mm. Θα ελέγξουμε αν αντέχει με αυτή τη μεγαλύτερη διάμετρο. Το εμβαδόν της θα είναι: $A=4{,}52\ cm^2$
- Τοτε η τάση θα είναι $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{5000\mathrm{N}}{4{,}52\ cm^2} =$ **$1106\mathrm{N/cm^2} > 1200\mathrm{N}$**

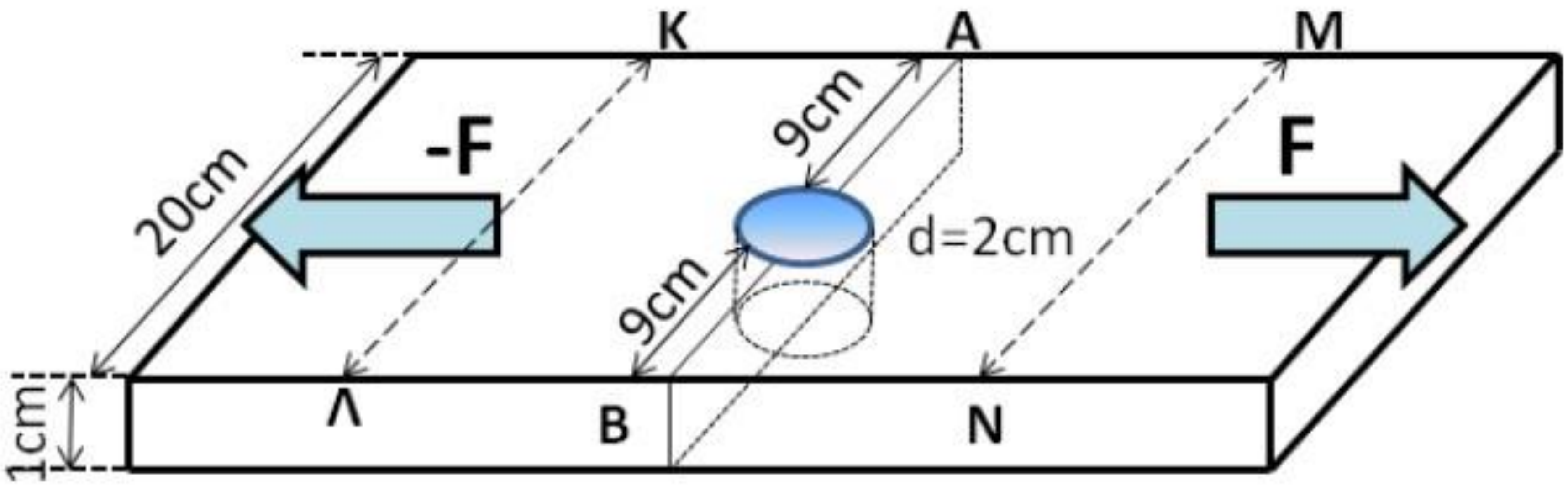
Η τάση αυτή είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη άρα την δεχόμαστε.

- Συνήθως έχουμε **σύνθετα σχήματα** και πρέπει εμείς να υπολογίσουμε **ποια ακριβώς διατομή είναι εκείνη που εφελκύεται (αφαιρώντας ίσως κάποια τμήματα που υπάρχουν ΟΠΕΣ** κλπ.) για να βάλουμε το εμβαδόν της στον τύπο.

- Συνήθως έχουμε σύνθετα σχήματα και πρέπει εμείς να υπολογίσουμε **ποια ακριβώς διατομή είναι εκείνη που εφελκύεται** (αφαιρώντας ίσως κάποια τμήματα που υπάρχουν ΟΠΕΣ κλπ.) για να βάλουμε το εμβαδόν της στον τύπο.

ΑΣΚΗΣΗ

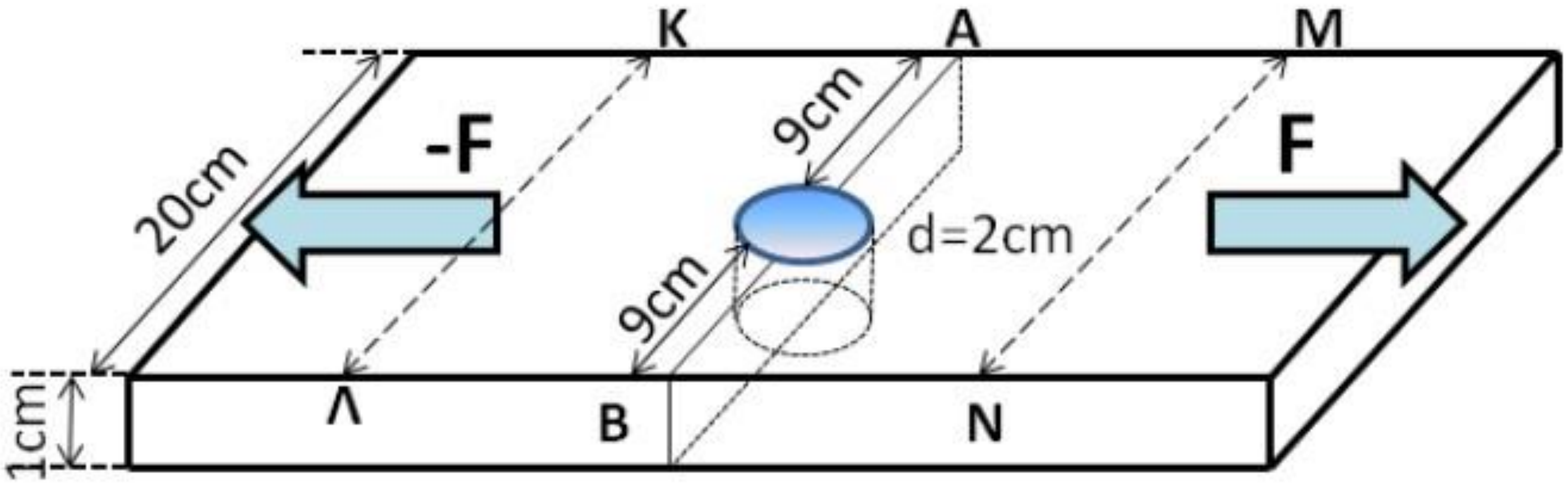
- ΑΣΚΗΣΗ : Ένα παχύ έλασμα ή μεταλλική πλάκα με πάχος 1 cm και πλάτος 20 cm **εφελκύεται με δύναμη F=20.000 N**. Όπως φαίνεται στο σχήμα το φύλλο έχει **στο μέσον μια οπή διαμέτρου 2 cm.** Να βρεθεί η μεγαλύτερη τάση που καταπονεί το έλασμα και η θέση που εμφανίζεται.
- ΛΥΣΗ



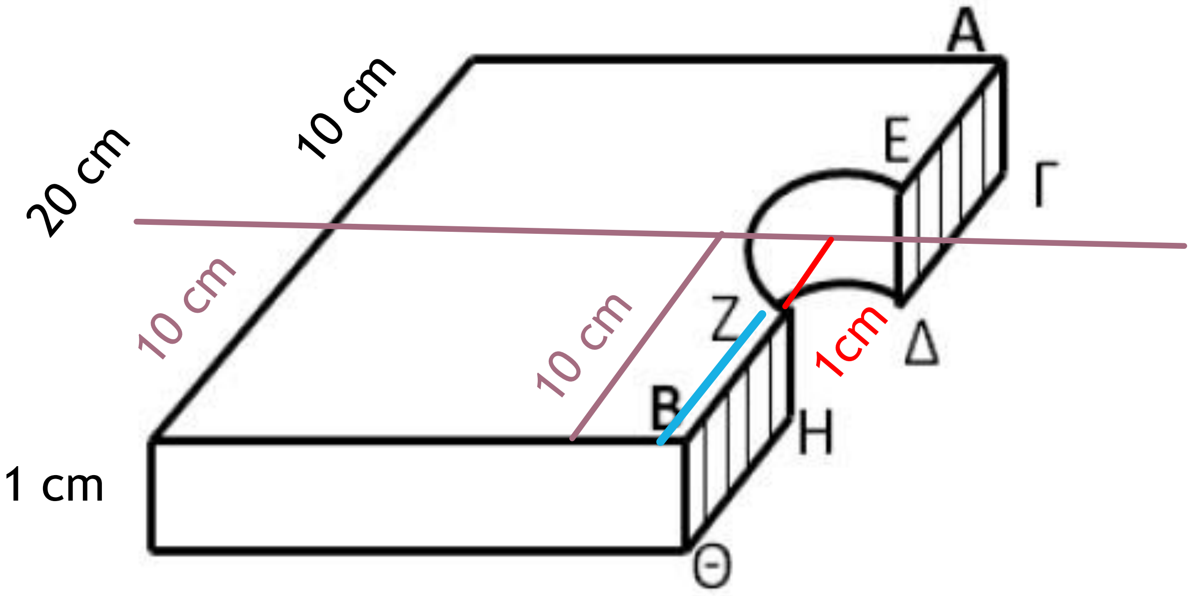
- Κατ’ αρχάς παρατηρούμε το σχήμα: βλέπουμε το έλασμα και τις δύο δυνάμεις F και -F. Μία δύναμη ασκείται στο με ταλλικό φύλλο, η F, και η -F είναι η αντίδρασή της. Αυτό σημαίνει ότι το έλασμα είναι κάπου δεμένο (ας πούμε στην αριστερή πλευρά του) κι εμείς το τραβάμε από την δεξιά πλευρά με την F. Αναγκαστικά θα εμφανιστεί και η αντίδραση της F (η -F δηλαδή) στα αριστερά για να είναι δηλαδή σε ισορροπία.
- Στην συνεχεια βλέπουμε τις διαστάσεις που είναι σημειωμένες στο σχήμα: το πλάτος, το πάχος και τη θέση της οπής με τη διάμετρο d των 2 cm. Κατανοώ ότι αφού το πλάτος είναι 20 cm και οπή έχει διάμετρο 2 cm μένουν μετά την οπή 9 cm προς κάθε πλευρά της οπής.

- Μετά πρέπει να δούμε τα αριθμητικά δεδομένα που είναι οι διαστάσεις και η δύναμη που ασκείται. Αν η δύναμη είναι πολύ μεγάλη το έλασμα θα κοπεί στα δύο ???. Το αν θα κοπεί η όχι, εξαρτάται από την τιμή της τάσης.
- ΞΕΡΟΥΜΕ ΓΕΝΙΚΑ ότι η τάση είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μεγαλύτερη είναι η δύναμη και μικρότερη η διατομή, στην οποία κινδυνεύει να κοπεί το δοκίμιο.
- Στην ασκηση μας δίνεται η δυναμη από την εκφώνηση και η διατομή του ελάσματος ή της πλάκας) αλλά να προσέξουμε ότι εκεί που βρίσκεται η οπή είναι μικρότερη η διατομή. Στα σημεία ΚΛ και ΜΝ το εμβαδόν
- της διατομής είναι ακέραιο: 1cm·20cm = 20cm2, διότι εκεί δεν υπάρχει μείωσή της εξ αιτίας
- της οπής. Στη δια τομή όμως ΑΒ το εμβαδόν μειώνεται. Στο

- Στην άσκηση μας δίνεται η δύναμη από την εκφώνηση και η διατομή του ελάσματος ή της πλάκας) αλλά να προσέξουμε ότι εκεί που βρίσκεται η οπή είναι μικρότερη η διατομή.
- Δηλαδή στα σημεία ΚΛ και ΜΝ το εμβαδόν της διατομής είναι ακέραιο: $1cm \cdot 20cm = 20cm^2$, διότι εκεί δεν υπάρχει μείωσή της εξαιτίας της οπής. Στη διατομή όμως ΑΒ το εμβαδόν μειώνεται.



- Στη διατομή όμως ΑΒ το εμβαδόν μειώνεται.
- Σύμφωνα με το σχήμα, το εμβαδόν της διατομής στην τομή ΑΒ αποτελείται από το άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων ΑΓΔΕ και ΒΖΗΘ. Επομένως η διατομή (λέγεται επικίνδυνη διατομή, επειδή εκεί θα κοπεί το κομμάτι αν σπάσει) που καταπονείται από την δύναμη F έχει εμβαδόν: 2x(1cm·9cm = 9cm^2), δηλαδή θα είναι 18 cm^2, αντί για 20 cm^2 που θα ήταν αν δεν υπήρχε η οπή.



- Επομένως που θα παρουσιαζεται η μεγαλύτερη τάση ??
- Η μεγαλύτερη τάση θα είναι στη διατομή ΑΒ επειδή η μικρότερη.

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A}}$$

- Ποια είναι η μέγιστη τάση ??
- Αντικαθιστούμε τα γνωστά για την τάση στη διατομή ΑΒ:

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A} = \frac{20.000\mathrm{N}}{18\ cm^2} = 1111\ N/cm^2}$$

- Εάν δεν υπήρχε η οπή (στη διατομή ΚΛ ή ΜΝ) θα είχαμε:

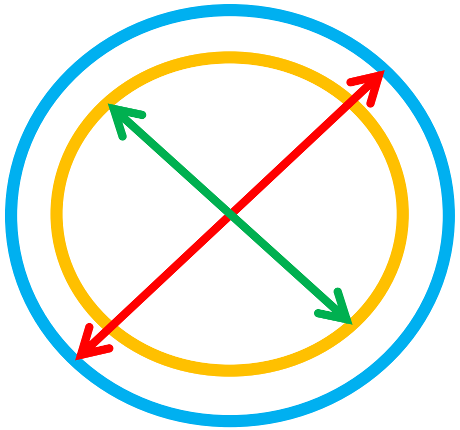
$$\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A} = \frac{20.000\mathrm{N}}{20\ cm^2} = 1000\ N/cm^2}$$

Η τάση θα ήταν μικρότερη γιατι η διατομή σε αυτή την περίπτωση θα είναι μεγαλύτερη.

- Εάν ζητουσε η ασκηση να εκτιμηθεί η κρίσιμη διατομή στην μεταλλική πλάκα ??

- **Άσκηση 4 :** Μια σωληνωτή ράβδος εφελκύεται με δύναμη F ίση με 1000 N. Το υλικό του σωλήνα έχει επιτρεπόμενη τάση ίση με **σεπ=800 N/cm²**. Ο σωλήνας έχει εσωτερική διάμετρο ίση με 15 mm και εξωτερική 17 mm. Να ελεγχθεί εάν η ράβδος θα αντέξει την καταπόνηση.
- **Λύση:** Πρέπει να υπολογίσουμε την σ και να την συγκρίνουμε με την σ(επιτρεπόμενη).
- Υπολογίζουμε την $\boldsymbol{\sigma = \frac{F}{A}}$
- Θα πρεπει να βρουμε την διατομή Α

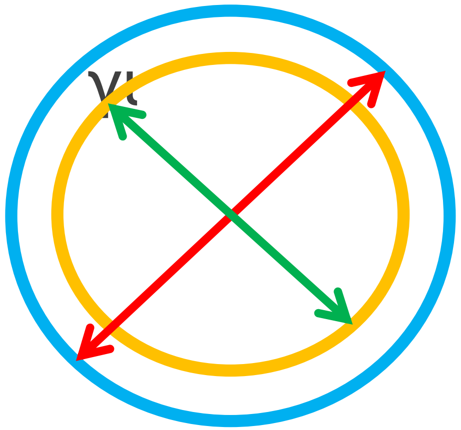
$$\mathbf{A} = \mathbf{A\varepsilon\xi\omega\tau} - \mathbf{A\varepsilon\sigma\omega\tau\varepsilon\rho} = \frac{\boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{D\varepsilon\xi^2}}{\mathbf{4}} - \frac{\boldsymbol{\pi} \cdot \mathbf{D\varepsilon\sigma^2}}{\mathbf{4}}$$



$$= \frac{\mathbf{3{,}14 \cdot 17^2}}{\mathbf{4}} - \frac{\mathbf{3{,}14 \cdot 15^2}}{\mathbf{4}} = \mathbf{50{,}3\ mm^2}$$

- **ΑΥΤΗ Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΚΑΤΑΠΟΝΕΙΤΑΙ και σε** αυτή τη διατομή θα ελέγξουμε την τάση αν υπερβαίνει την επιτρεπόμενη

- ΑΥΤΗ Η ΔΙΑΤΟΜΗ ΚΑΤΑΠΟΝΕΙΤΑΙ και σε **αυτή τη διατομή θα ελέγξουμε την τάση αν υπερβαίνει την επιτρεπόμενη.**



- και σε **αυτή τη διατομή θα ελέγξουμε την τάση αν υπερβαίνει την επιτρεπόμενη.**
- Υπολογίζουμε την ταση $\sigma = \frac{F}{A}$ **και ελεγχουμε με την επιτρεπόμενη τάση**
- **ΠΡΟΣΟΧΗ !! ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΔΙΑΜΕΤΡΟ ΣΕ ΧΙΛΙΟΣΤΑ (mm) ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ ΣΕ N/ (cm^2) ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΜΕΤΑΤΡΕΨΟΥΜΕ ΤΑ ΧΙΛΙΟΣΤΑ σε ΕΚΑΤΟΣΤΑ και υπολογιζουμε την τάση**

- $\sigma = \frac{F}{A} = \frac{1000\text{N}}{50{,}3\ mm^2} = \frac{1000N}{0{,}503cm^2} = 1988\ N/cm^2$ **> 800** N/cm^2

σεπιτ

ΕΠΕΙΔΗ η τaση σ υπερβαίνει την επιτρεπόμενη τάση ο σωλήνας δεν θα αντέξει αυτή τη δύναμη. *Αν αυξήσουμε το πάχος του σωλήνα τότε θα άντεχε, π.χ αν αντί για Dεξ=17 mm πάρουμε Dεξ=21 mm*

- Εάν δεν υπήρχε η οπή (στη διατομή ΚΛ ή ΜΝ) θα είχαμε:

Η τάση θα ήταν μικρότερη γιατί η διατομή σε αυτή την περίπτωση θα είναι μεγαλύτερη.

- Εάν ζητουσε η ασκηση να εκτιμηθεί η κρίσιμη διατομή στην μεταλλική πλάκα ??

- Εάν δεν υπήρχε η οπή (στη διατομή ΚΛ ή ΜΝ) θα είχαμε:

Η τάση θα ήταν μικρότερη γιατί η διατομή σε αυτή την περίπτωση θα είναι μεγαλύτερη.

- Εάν ζητουσε η ασκηση να εκτιμηθεί η **κρίσιμη διατομή** στην μεταλλική πλάκα ??

Αντιδράσεις Στήριξης

- **Αντιδράσεις στήριξης - Ροπή - Παραδείγματα**
- **Στο μάθημα των Στοιχείων Μηχανών** θα χρειαστεί να υπολογιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται σε ένα δοκίμιο.

Ο υπολογισμός δυνάμεων γίνεται με δυο τρόπους:

1. από την εφαρμογή ενός μαθηματικού τύπου ($F=\sigma \cdot A$)
2. υπάρχουν και περιπτώσεις που θα πρέπει να γίνει ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων για τον υπολογισμό των δυνάμεων.

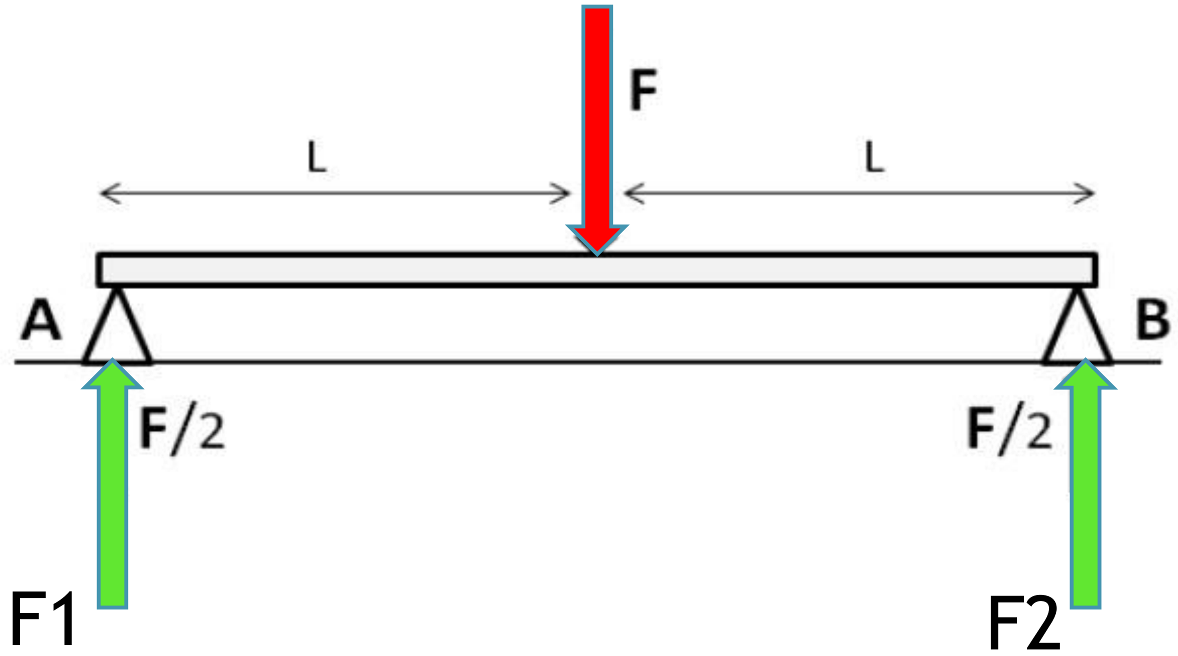
Ο **υπολογισμός δυνάμεων** γίνεται με δυο τρόπους:

1. από την εφαρμογή ενός μαθηματικού τύπου ($F=\sigma\cdot A$)
   ΕΧΟΥΜΕ ΔΕΙ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΤΑ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ
2. υπάρχουν και περιπτώσεις που θα πρέπει να γίνει ανάλυση και επεξεργασία των δεδομένων για τον υπολογισμό των δυνάμεων. **ΣΤΑ ΠΛΑΙΣΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΜΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΠΟΥ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΕΙΝΑΙ Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΩΝ ΣΤΗΡΙΞΗΣ (ΔΟΚΟΥ, ΡΑΒΔΟΥ, ΔΟΚΙΜΙΟΥ).**

Εστω μια δοκό που στηρίζεται στα δυο άκρα A και B, και στο μέσον της, ασκείται μια δύναμη F στο μέσον της δοκού. Για να ισορροπεί η ράβδος σε κάθε άκρη της ράβδου, εκεί που στηρίζεται, θα ασκείται μια δύναμη ίση με F/2 που είναι η αντίδραση της άρθρωσης . Θα πρέπει δηλαδή οι δύο αντιδράσεις να είναι ίσες και αντίθετες με την δύναμη F.

F=F1+F2

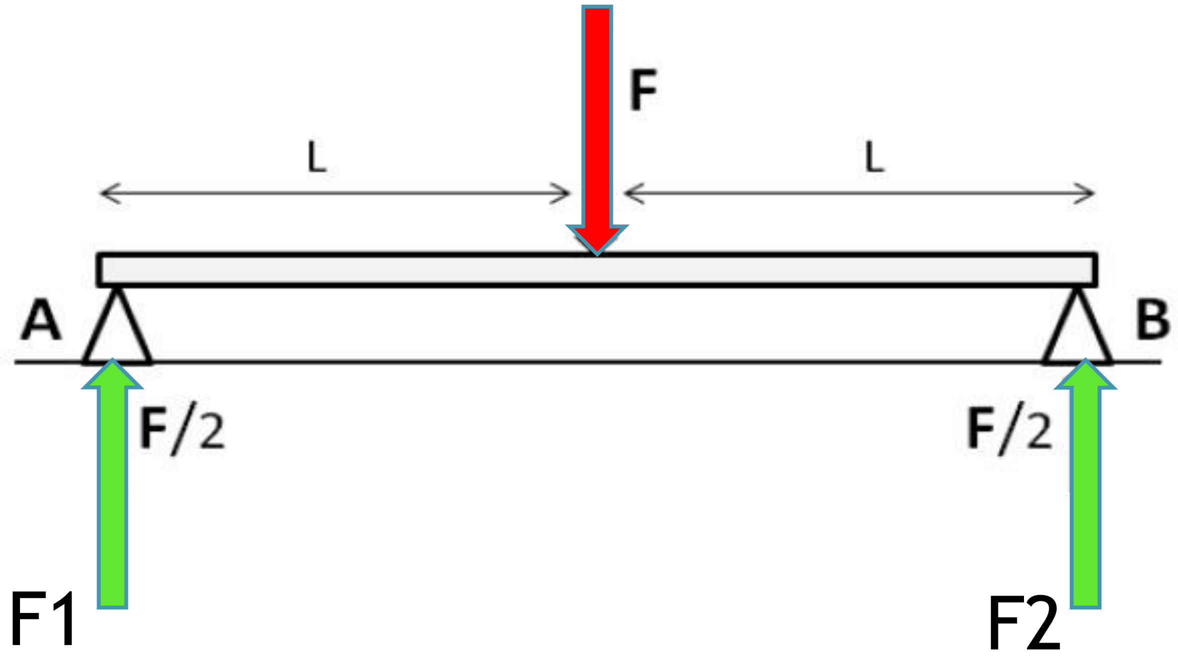
$$F = \frac{F}{2} + \frac{F}{2}$$



Εστω μια δοκό που στηρίζεται στα δυο άκρα A και B, και στο μέσον της, ασκείται μια δύναμη F στο μέσον της δοκού. Για να ισορροπεί η ράβδος σε κάθε άκρη της ράβδου, εκεί που στηρίζεται, θα ασκείται μια δύναμη ίση με F/2 που είναι η αντίδραση της άρθρωσης . Θα πρέπει δηλαδή οι δύο αντιδράσεις να είναι ίσες και αντίθετες με την δύναμη F.

F= F1+F2

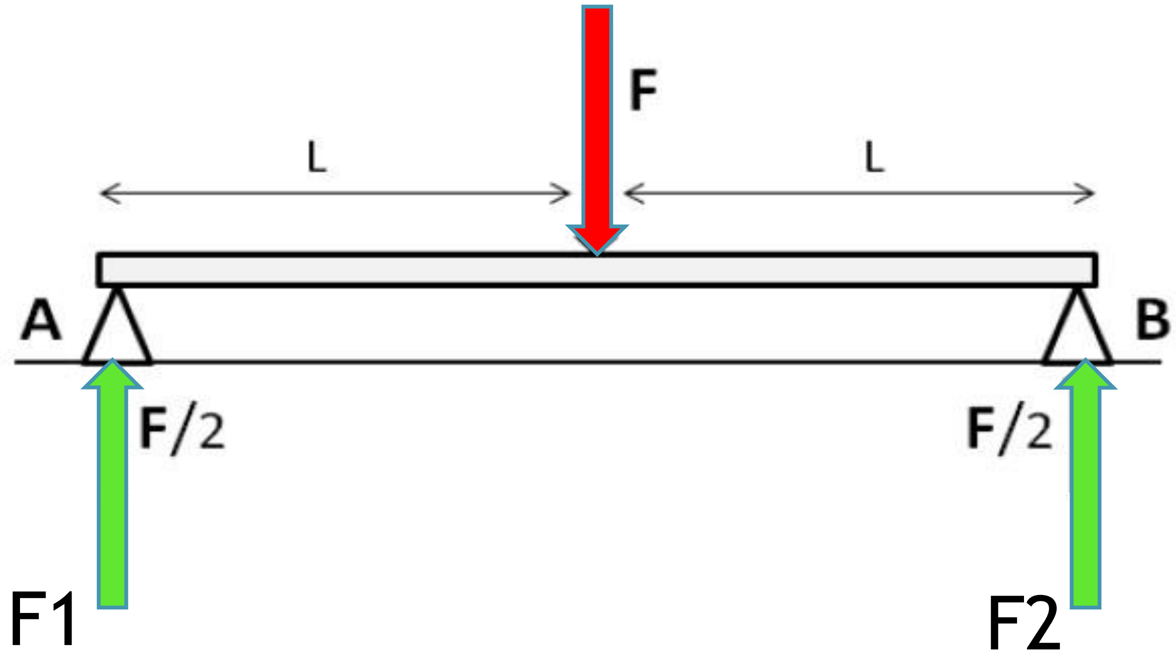
$$F = \frac{F}{2} + \frac{F}{2}$$



Εστω μια δοκό που στηρίζεται στα δυο άκρα A και B, και στο μέσον της, ασκείται μια δύναμη F στο μέσον της δοκού. Για να ισορροπεί η ράβδος σε κάθε άκρη της ράβδου, εκεί που στηρίζεται, θα ασκείται μια δύναμη ίση με F/2 που είναι η αντίδραση της άρθρωσης . Θα πρέπει δηλαδή οι δύο αντιδράσεις να είναι ίσες και αντίθετες με την δύναμη F.

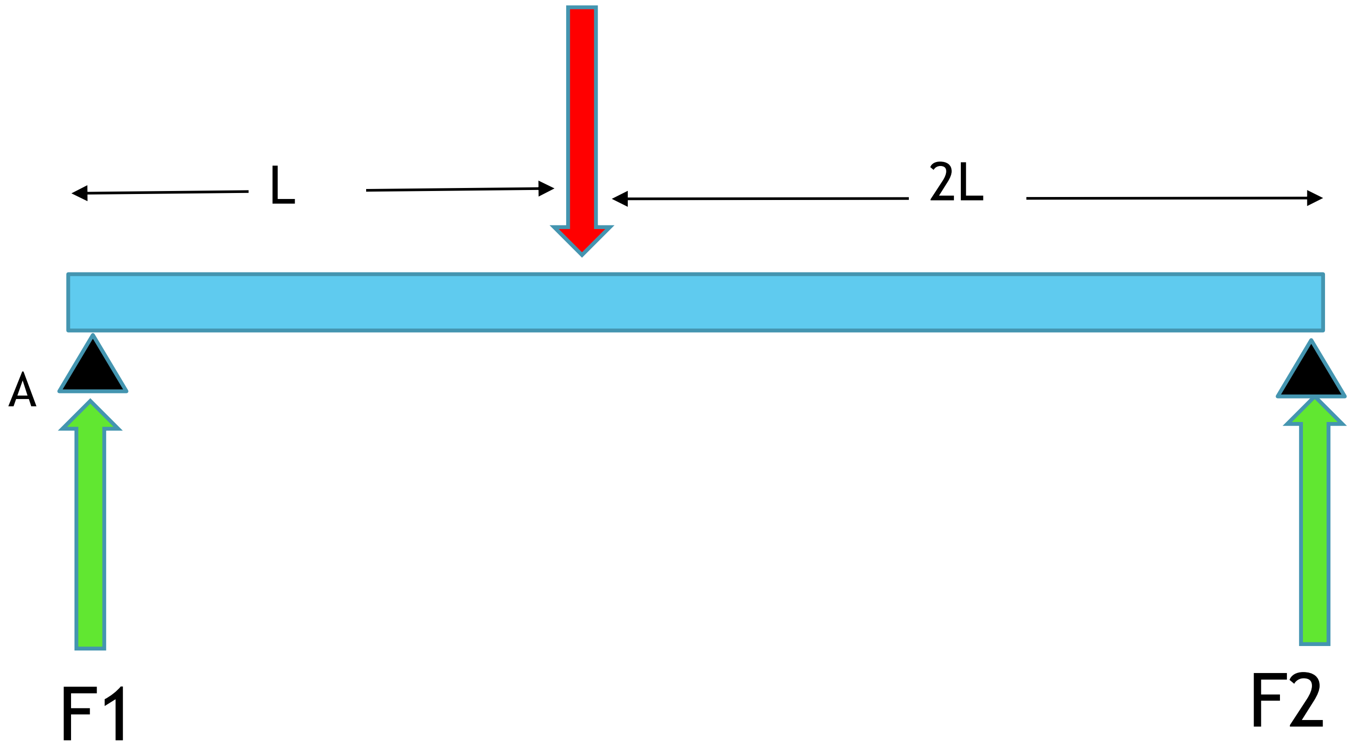
F=F1+F2

$$F = \frac{F}{2} + \frac{F}{2}$$



Εστω μια δοκό που στηρίζεται στα δυο άκρα Α και Β, και στο μέσον της, ασκείται μια δύναμη F δεν στο μέσον της δοκού. Η δύναμη F είναι πιο κοντα στο Α και η αποσταση από το Α ειναοι L, ενώ η απόσταση από το Β είναι 2L. Που θα ασκείται μεγαλύτερο φορτίο στο Α ή στο Β ?

$F=F1+F2$

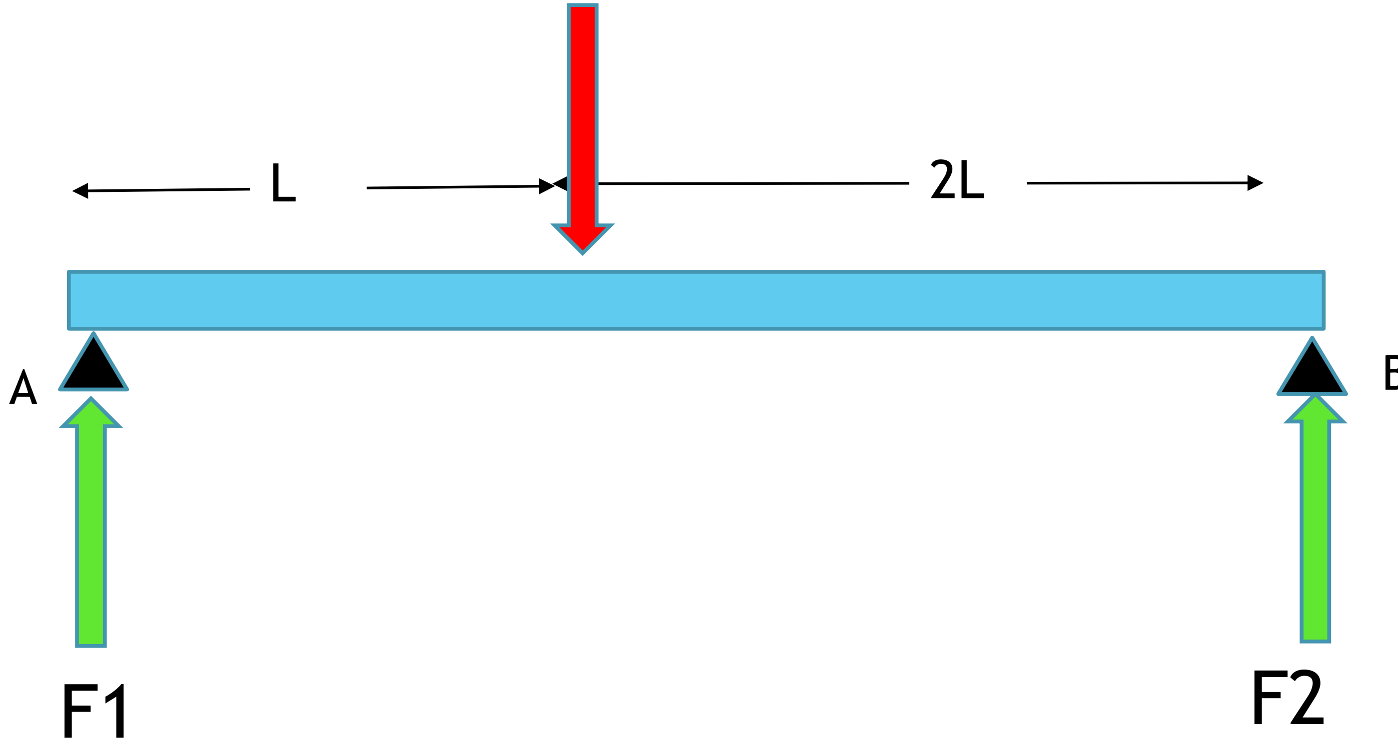


Που θα ασκείται μεγαλύτερο φορτίο στο Α ή στο Β ?
Για να απαντησουμε χρειαζεται να θυμηθουμε δυο σημεια από την Μηχανική.

1. Ισορροπία Δυνάμεων : ΣF=0

F=F1+F2

2. Ισορροπία Ροπών : ΣM=0



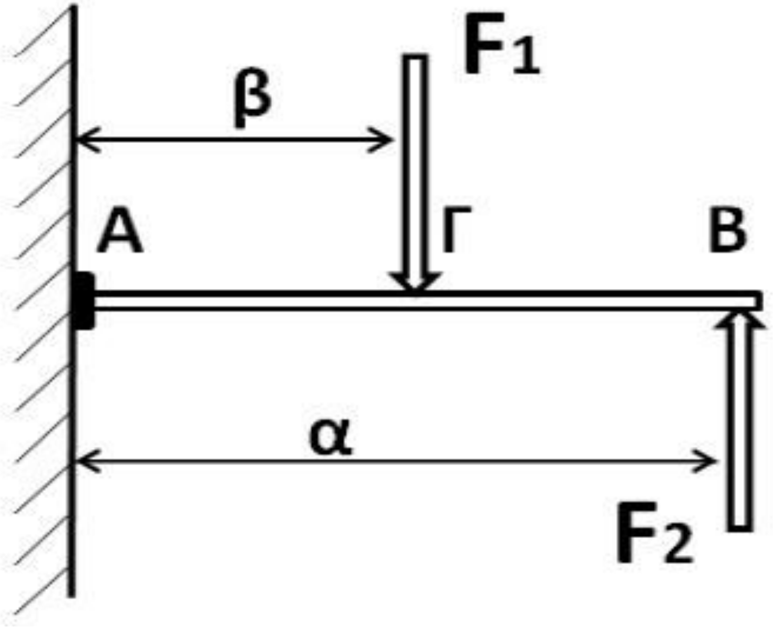
2. Ισορροπία Ροπών : ΣΜ=0

Η ραβδος ισορροπεί αυτό σημαίνει ότι αφενός το δοκάρι δεν μετακινείται πάνω ή κάτω αλλά και ότι δεν περιστρέφεται γύρω από οποιοδήποτε σημείο. Δεν έχουμε περιστροφή, στη μηχανική λέμε ότι έχουμε ισορροπία των ροπών. Αυτός είναι ο δεύτερος κανόνας ο οποίος λέει: όταν ένα σώμα ισορροπεί, το άθροισμα των ροπών που ασκούν όλες οι δυνάμεις πάνω του είναι μηδέν: ΣΜ=0.

Το νόημα αυτής της πρότασης είναι ότι, επειδή το δοκίμιο δεν περιστρέφεται σημαίνει ότι αν πάρουμε τη ροπή που δημιουργεί κάθε δύναμη στο σώμα, ως προς το ίδιο σημείο περιστροφής, και τις προσθέσουμε το άθροισμα τους θα είναι μηδέν - θεώρημα των ροπών.

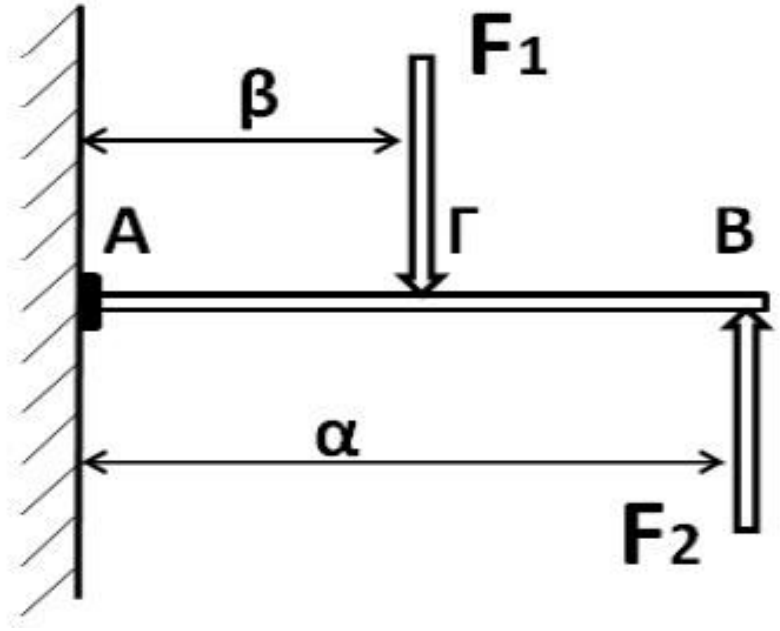
Ροπή είναι η αιτία της περιστροφής ενός σώματος και οφείλεται στην ενέργεια μιας ή περισσότερων δυνάμεων στο σώμα. Αν το σώμα τελικά περιστρέφεται σημαίνει ότι η συνολική ροπή σε αυτό δεν είναι μηδενική.

Εστω ράβδος ΑΒ του σχήματος, η οποία στηρίζεται στον τοίχο, στο άκρο της Α. Θεωρούμε ότι δεν έχει βάρος (είναι αμελητέο) και ασκούνται σε αυτήν οι δύο δυνάμεις F1 και F2 στα σημεία Γ και Β αντιστοίχως.



Εστω ότι υπάρχει μόνο η δύναμη F1. Η F1 σπρώχνει τη ράβδο προς τα κάτω, την λυγίζει ίσως, αφού δεν υπάρχει η F2. Μπορούμε δηλαδή να πούμε ότι η F1 πάει να περιστρέψει προς τα δεξιά τη ράβδο, αφού το σημείο περιστροφής είναι προφανώς το A, στο οποίο στηρίζεται. Λέμε τότε ότι η F1 ασκεί μια ροπή M1 στη ράβδο ίση με το γινόμενο $F1 \cdot β$, δηλαδή το γινόμενο της δύναμης επί την απόσταση της δύναμης από το σημείο περιστροφής το οποίο εξετάζουμε. Δηλαδή θα ισχύει: $M1 = F1 \cdot β$.

Αυτό μας οδηγεί στον ορισμό της ροπής: Ροπή ως προς ένα σημείο ή ένα άξονα είναι το γινόμενο της δύναμης επί την (κάθετη) απόσταση της δύναμης από το σημείο ή τον άξονα. Το αν θα περιστραφεί ή όχι το δοκίμιο, προς το παρόν, δε μας απασχολεί. Προφανώς οι μονάδες της ροπής θα είναι οι μονάδες της δύναμης επί τις μονάδες του μήκους, δηλαδή: N·m, N·cm,



Όταν μας ζητάνε μια ροπή, πρέπει να προσδιορίσουμε :

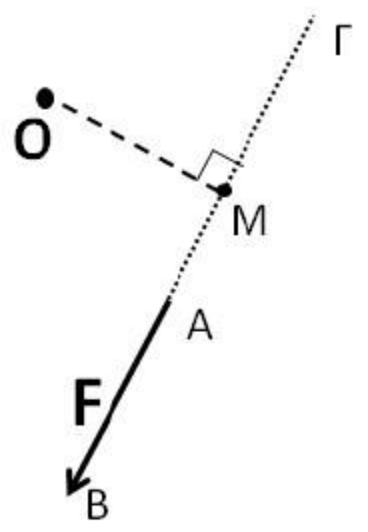
1. Το σημείο που θα θεωρήσουμε ως σημείο περιστροφής,
2. Το μέγεθος της δύναμης ή των δυνάμεων
3. Την απόσταση της δύναμης από το σημείο περιστροφής.

Να προσέξουμε ότι απόσταση της δύναμης από ένα σημείο θα είναι η κάθετη απόσταση του σημείου από την ευθεία που ανήκει η δύναμη.

Εστω το σχημα. Έχουμε την F που παριστάνεται από το διάνυσμα ΑΒ. Αν θεωρήσουμε το σημείο Ο, η απόσταση της F από αυτό θα είναι το τμήμα ΟΜ (όπου το ΟΜ είναι κάθετο στην ευθεία ΓΒ) και όχι το ΟΑ ή κάποιο άλλο.

Η ροπή της F ως προς το σημείο Ο θα είναι

$M_O = F \cdot (OM)$.

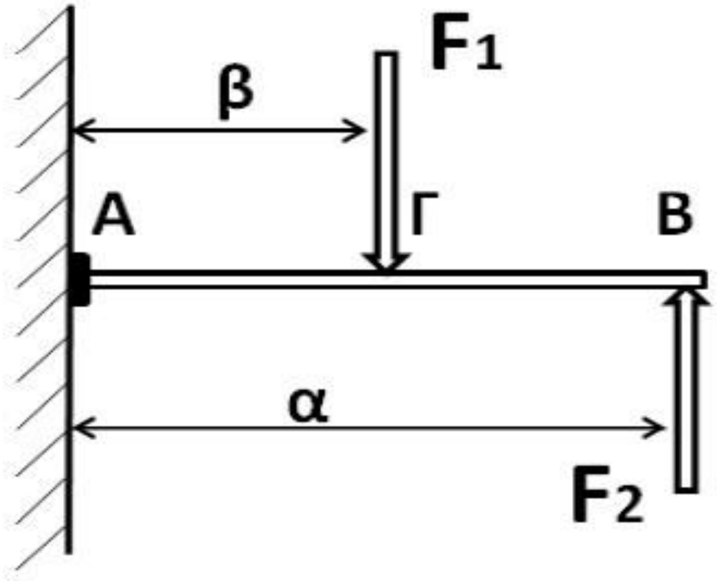


Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει η F1 αλλά μόνο η F2 και ζητάμε τη ροπή της ως προς το σημείο στήριξης Α. θα εφαρμόσουμε τον τύπο και θα βρούμε Μ2= F2·α.

Στη ράβδο ΑΒ εκτός από τις F1 και F2 υπάρχει και άλλη μια δύναμη που δεν έχει σχεδιαστεί στο σχήμα (δεν χρειάζεται) και είναι η αντίδραση του τοίχου στο σημείο στήριξης Α.

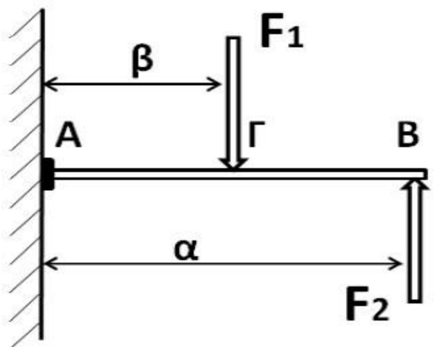
Η ροπή της δύναμης, που είναι ως αντίδραση στο Α, θα είναι μηδέν αφού η απόσταση της δύναμης αυτής από το Α θα είναι μηδέν. $M_A=0$

Ή είναι μηδέν διότι περνά από το Α.

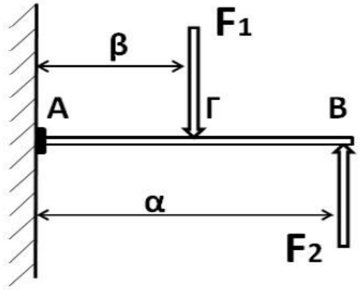


Επομένως η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο ως προς το σημείο Α θα είναι μόνο το άθροισμα των ροπών
$M1=F1 \cdot \beta$ και η $M2= F2 \cdot \alpha$.

Το άθροισμα ροπών θα είναι μηδενικό, ως προς το σημείο Α.
Εστω ότι η ροπη είναι αρνητική αν πάει να περιστρέψει το δοκίμιο προς τα αριστερά, δηλαδή αντίθετα από την κίνηση των δεικτών του ρολογιού, (όπως εδώ η δύναμη F2) και θετική αν πάει να το περιστρέψει προς τα δεξιά, δηλαδή σύμφωνα με την κίνηση των δεικτών του ρολογιού (όπως η δύναμη F1). Επομένως στο παράδειγμά μας η συνολική ροπή ως προς το Α, θα είναι η ροπή της F1 που είναι θετική και η ροπή της F2 που είναι αρνητική.



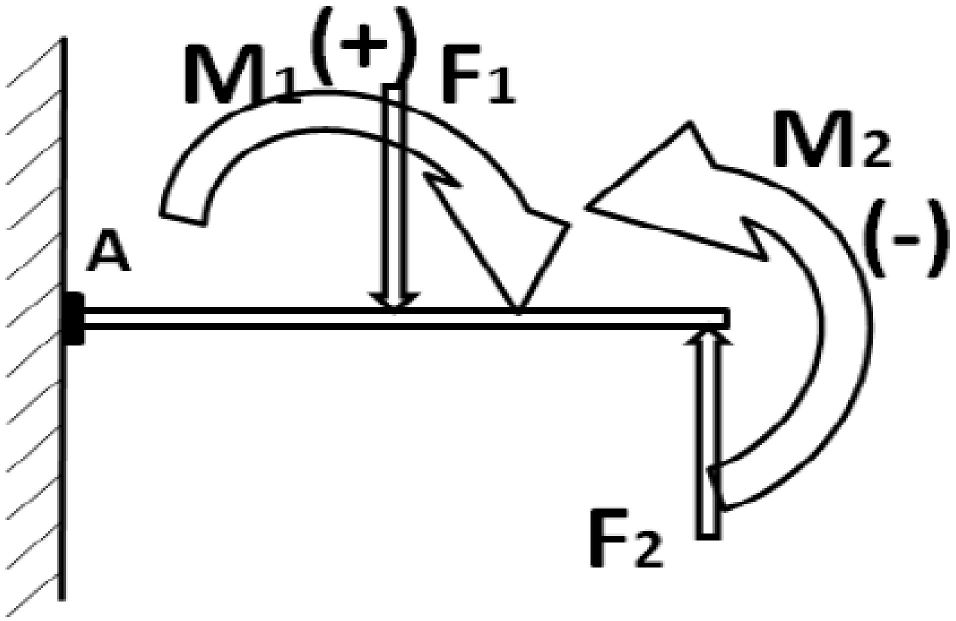
Επομένως η συνολική ροπή των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο ως προς το σημείο Α θα είναι μόνο το άθροισμα των ροπών M1=F1·β και η M2= F2·α.



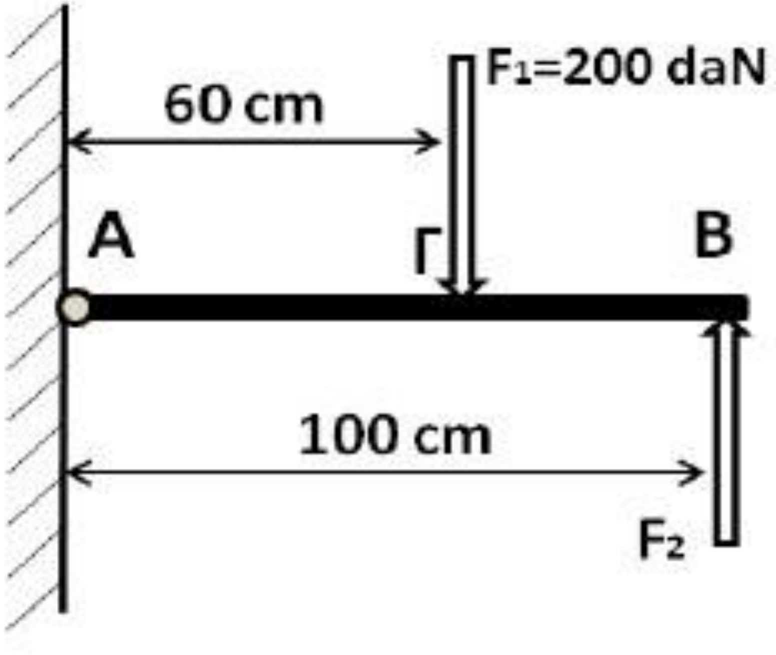
Το άθροισμα ροπών θα είναι μηδενικό, ως προς το σημείο Α.
Εστω ότι η ροπη είναι αρνητική αν πάει να περιστρέψει το δοκίμιο προς τα αριστερά, δηλαδή αντίθετα από την κίνηση των δεικτών του ρολογιού, (όπως εδώ η δύναμη F2) και θετική αν πάει να το περιστρέψει προς τα δεξιά, δηλαδή σύμφωνα με την κίνηση των δεικτών του ρολογιού (όπως η δύναμη F1). Επομένως στο παράδειγμά μας η συνολική ροπή ως προς το Α, θα είναι η ροπή της F1 που είναι θετική και η ροπή της F2 που είναι αρνητική.

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_1 + M_2 = 0 \Rightarrow +F_1 \cdot \beta - F_2 \cdot \alpha = 0 \Rightarrow F_1 \cdot \beta = F_2 \cdot \alpha$$

$$\Sigma M = 0 \Rightarrow M_1 + M_2 = 0 \Rightarrow +F_1 \cdot \beta - F_2 \cdot \alpha = 0 \Rightarrow F_1 \cdot \beta = F_2 \cdot \alpha$$

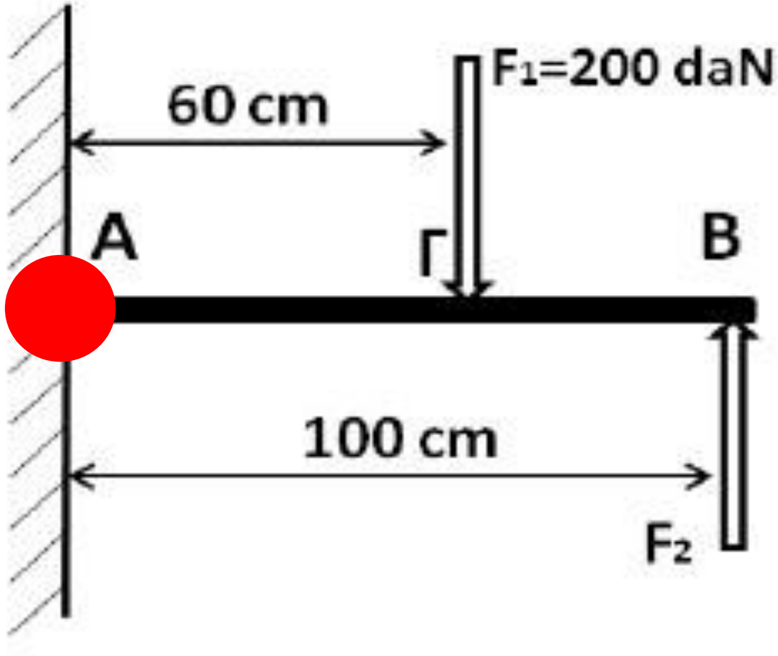


Άσκηση 12 : Δίνεται το δίπλα σχήμα, όπου μια ράβδος σε οριζόντια θέση δέχεται τις δύο δυνάμεις που φαίνονται στις αποστάσεις που είναι σημειωμένες σε αυτό. Η ράβδος έχει συνολικό μήκος 100 cm και στηρίζεται χαλαρά στο Α σε ένα τοίχο. Η δύναμη F1 είναι ίση με 200 daN και δρα κατακόρυφα σε απόσταση 60 cm από το σημείο στήριξης. Για να εχουμε ισορροπία ποια είναι η δύναμη F2 ?



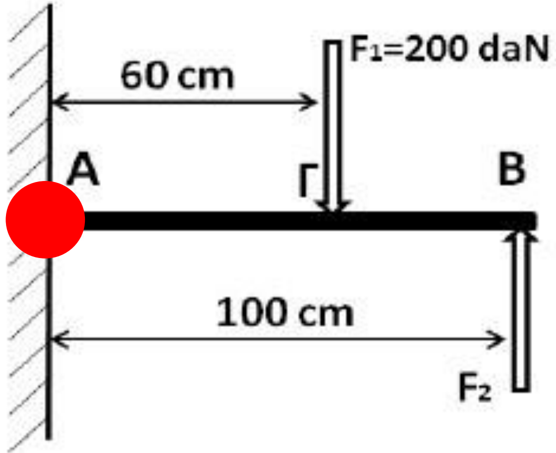
Για να λυθεί η άσκηση θα χρησιμοποιηθεί ο νόμος για την ισορροπία των ροπών. Θα πάρουμε την ισορροπία ως προς το σημείο Α διότι μας συμφέρει να πάρουμε το σημείο στο οποίο υπάρχει μια δύναμη την οποία δεν γνωρίζουμε.
Η δύναμη που υπάρχει στο σημείο στήριξης Α έχει ροπή μηδέν ως προς αυτό, αφού η απόστασή της από το Α είναι μηδέν.

ΡΟΠΗ ΜΗΔΕΝ ΩΣ ΠΡΟΣ Α



Η δύναμη F2 τείνει να περιστρέψει τη ράβδο προς τα αριστερά (σε σχέση με το σημείο περιστροφής που θεωρήσαμε ότι είναι το Α) ενώ η F1 προς τα δεξιά, ενώ όπως είπαμε η ροπή της τρίτης δύναμης που υπάρχει στο Α έχει ροπή μηδέν.
Επομένως η ροπή της F1 πρέπει να είναι ίση με τη ροπή της F2.
Λύνουμε την εξίσωση:

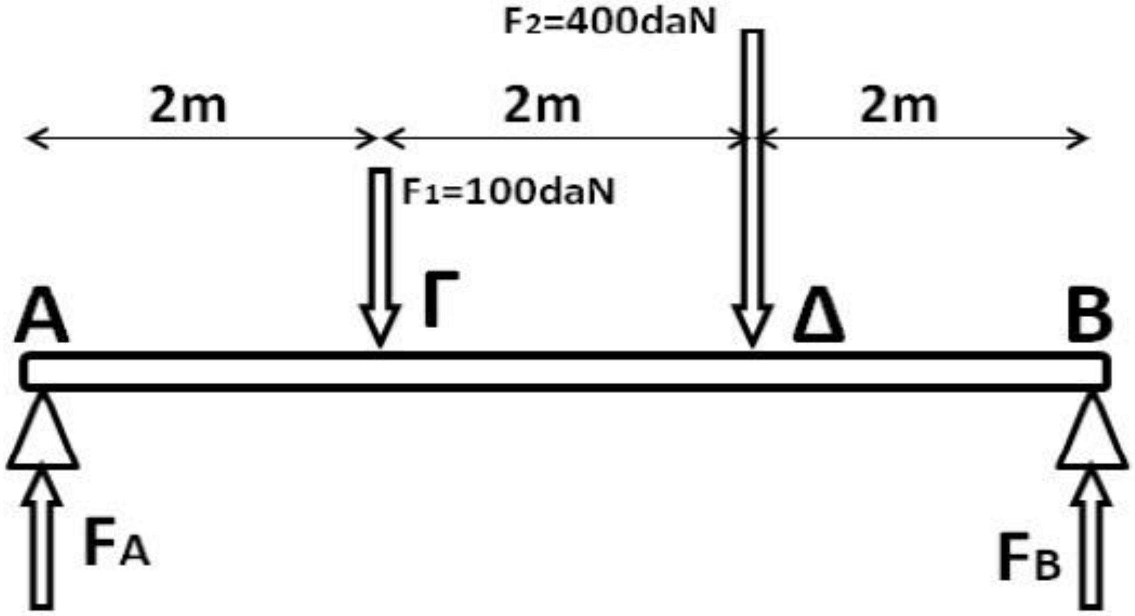
$$F_1 \cdot (A\Gamma) = F_2 \cdot (AB) \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot (A\Gamma)}{(AB)} \Rightarrow F_2 = \frac{200daN \cdot 60cm}{100cm} \Rightarrow F_2 = 120daN$$



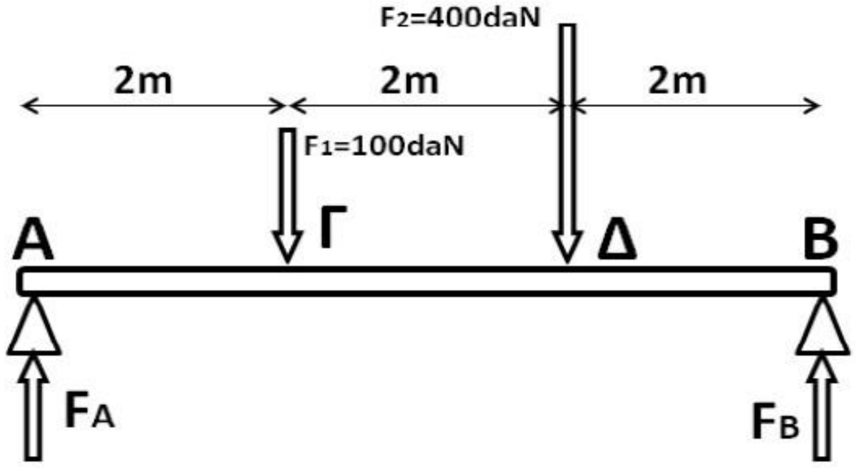
Σημείωση: Θα μπορούσαμε να κάνουμε πιο αναλυτική επίλυση εφαρμόζοντας το θεώρημα των ροπών:
επειδή η ράβδος ισορροπεί θα ισχύει ότι Σ ΜΑ=0. Θα καταλήξουμε στην ίδια εξίσωση λαμβάνοντας υπόψιν ότι η F2 δημιουργεί αρνητική ροπή ενώ η F1 θετική:

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow +F_1 \cdot (A\Gamma) - F_2 \cdot (AB) = 0 \Rightarrow F_1 \cdot (A\Gamma) = F_2 \cdot (AB)$$

Άσκηση 13: Δίνεται η ράβδος που ισορροπεί και στηρίζεται στα σημεία Α και Β ενώ δέχεται τις δυνάμεις F1 και F2 όπως φαίνονται στο σχήμα. Οι αντιδράσεις στα Α και Β είναι αντιστοίχως F_A και F_B. Να γράψετε το θεώρημα για την ισορροπία των ροπών χωριστά αν θεωρήσετε ως σημεία περιστροφής τα Α και Β. Κατόπιν να υπολογίσετε τις αντιδράσεις F_A και F_B.



Απάντηση: Αφού η ράβδος ισορροπεί το θεώρημα των ροπών μας λέει ότι ως προς οποιοδήποτε σημείο της ράβδου το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο θα είναι μηδέν.
Δηλαδή θα ισχύει: ΣΜΑ=0 και ΣΜΒ=0.



Ως προς Α:

F1, F2 → θετική ροπή (δεξιόστροφη)
FB → αρνητική ροπή (αριστερόστροφη)
FA → μηδενική ροπή

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_1 \cdot (A\Gamma) + F_2 \cdot (A\Delta) - F_B \cdot (AB) = 0 \Rightarrow$$

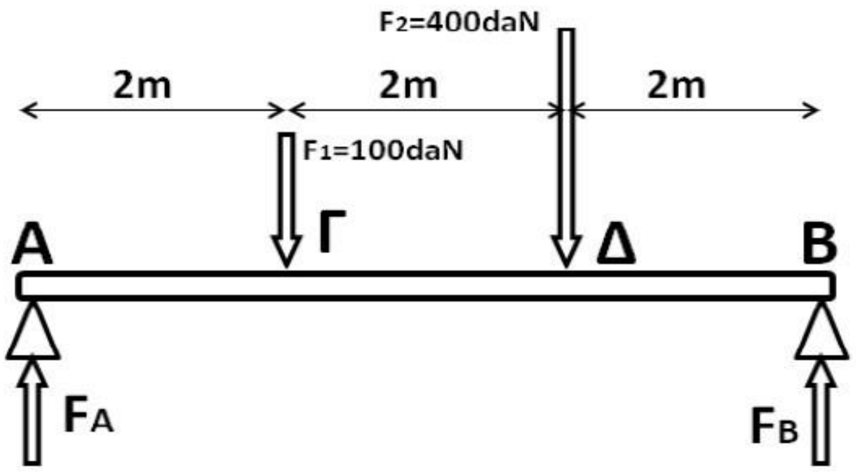
$$\Rightarrow F_1 \cdot (A\Gamma) + F_2 \cdot (A\Delta) = F_B \cdot (AB)$$

Ως προς B:

F1, F2 → αρνητική ροπή (αριστερόστροφη)

FA → θετική ροπή (δεξιόστροφη)

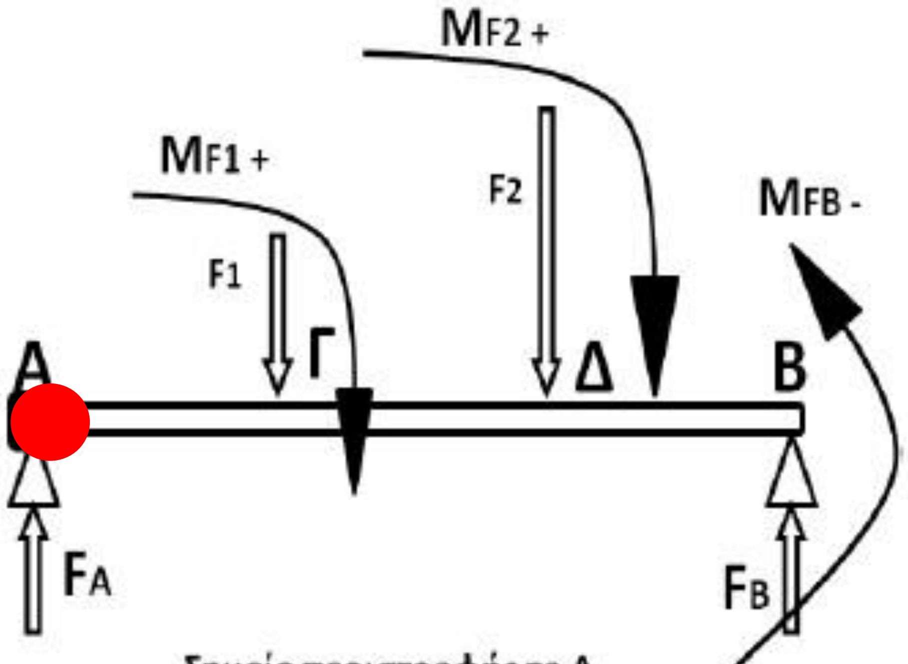
FB → μηδενική ροπή



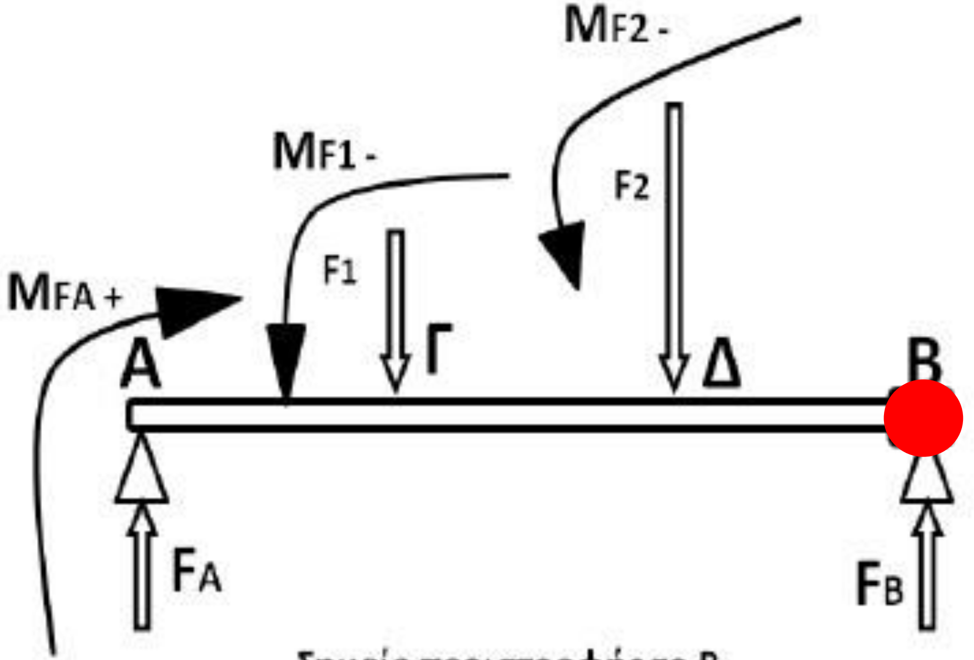
$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -F_1 \cdot (B\Gamma) - F_2 \cdot (B\Delta) + F_A \cdot (AB) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_1 \cdot (B\Gamma) + F_2 \cdot (B\Delta) = F_A \cdot (AB)$$

Με βέλη φαίνονται η περιστροφή που θα προκαλούσε στη ράβδο η κάθε δύναμη ανάλογα με το εκάστοτε σημείο που θεωρούμε ως σημείο περιστροφής. Σε κάθε βέλος έχει σημειωθεί από ποια δύναμη προκαλείται η ροπή και το πρόσημό της.



Σημείο περιστροφής το Α



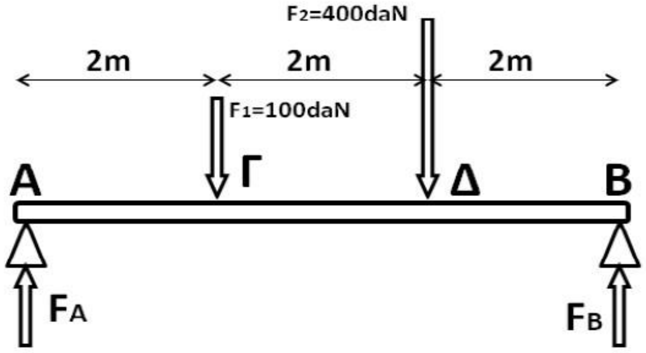
Σημείο περιστροφής το Β

- Θα υπολογίσουμε τώρα την αντίδραση στο σημείο στήριξης Α, την **δύναμη F_A**. Σε τέτοιες ασκήσεις για τον υπολογισμό της αντίδρασης σε ένα σημείο στήριξης, **βολεύει πολύ να εφαρμόζουμε το θεώρημα των ροπών ως προς το άλλο σημείο. Επομένως θα πάρουμε τις ροπές με σημείο περιστροφής το Β, γιατι θα μηδενίζεται η ροπή της F_B** και η δύναμη αυτή δεν θα υπάρχει ως άγνωστος στην εξίσωση.

$$F_1 \cdot (B\Gamma) + F_2 \cdot (B\Delta) = F_A \cdot (AB) \Rightarrow 100daN \cdot 4m + 400daN \cdot 2m = F_A \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400daN \cdot m + 800daN \cdot m = F_A \cdot 6m \Rightarrow 1200daN \cdot m = F_A \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{1200daN \cdot m}{6m} \Rightarrow F_A = 200daN$$

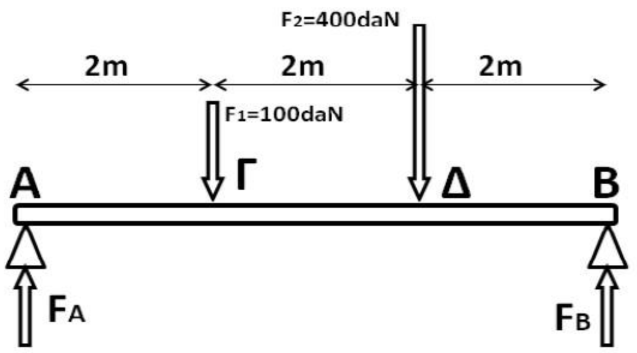


Ακολούθως θα υπολογίσουμε την αντίδραση στο σημείο στήριξης Β, την δύναμη F_B. Θα πάρουμε τώρα την τελική εξίσωση (Α) που βρήκαμε με σημείο περιστροφής το Α. Επομένως θα πάρουμε τις ροπές με σημείο περιστροφής το Α, γιατι θα μηδενίζεται η ροπή της F_A και η δύναμη αυτή δεν θα υπάρχει ως άγνωστος στην εξίσωση.

$$F_1 \cdot (A\Gamma) + F_2 \cdot (A\Delta) = F_B \cdot (AB) \Rightarrow 100daN \cdot 2m + 400daN \cdot 4m = F_B \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 200daN \cdot m + 1600daN \cdot m = F_B \cdot 6m \Rightarrow 1800daN \cdot m = F_B \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_B = \frac{1800daN \cdot m}{6m} \Rightarrow F_B = 300daN$$



Άλλος τρόπος : θα μπορούσαμε να πούμε ότι το άθροισμα των δυνάμεων πρέπει να είναι μηδέν, ως προς τον κατακόρυφο άξονα. Δηλαδή οι δυνάμεις που ασκούνται προς τα κάτω θα έχουν άθροισμα όσο και οι δυνάμεις που ασκούνται προς τα πάνω. Δηλαδή θα ισχύει η σχέση:

$$\Sigma F_{\psi} = 0 \Rightarrow F_A + F_B - F_1 - F_2 = 0 \Rightarrow F_A + F_B = F_1 + F_2 \Rightarrow F_A + F_B = 500daN$$

Στην συνέχεια να εφαρμόσουμε ροπές ως προς B και να βρούμε την F_A

$$F_1 \cdot (B\Gamma) + F_2 \cdot (B\Delta) = F_A \cdot (AB) \Rightarrow 100daN \cdot 4m + 400daN \cdot 2m = F_A \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 400daN \cdot m + 800daN \cdot m = F_A \cdot 6m \Rightarrow 1200daN \cdot m = F_A \cdot 6m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{1200daN \cdot m}{6m} \Rightarrow F_A = 200daN$$

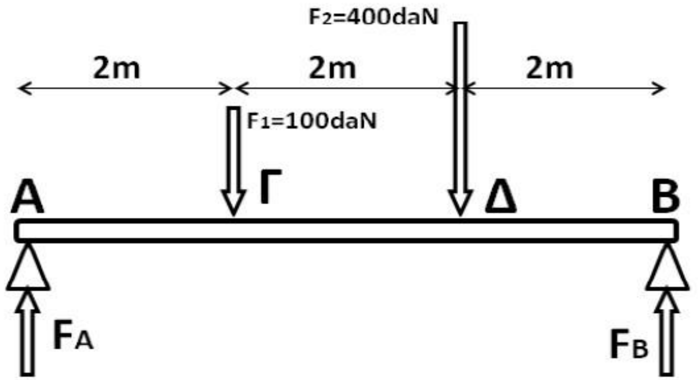
Λύνουμε την εξίσωση 1 ως προς FB…..

Εφόσον βρήκαμε τις δύο αντιδράσεις θα κάνουμε μια μικρή διερεύνηση. Ας υπολογίσουμε τη συνολική ροπή ως προς το σημείο Γ. Σύμφωνα με τη θεωρία, αφού η ράβδος ισορροπεί η $ΣM_Γ$ πρέπει να βγαίνει ισο είναι μηδέν:

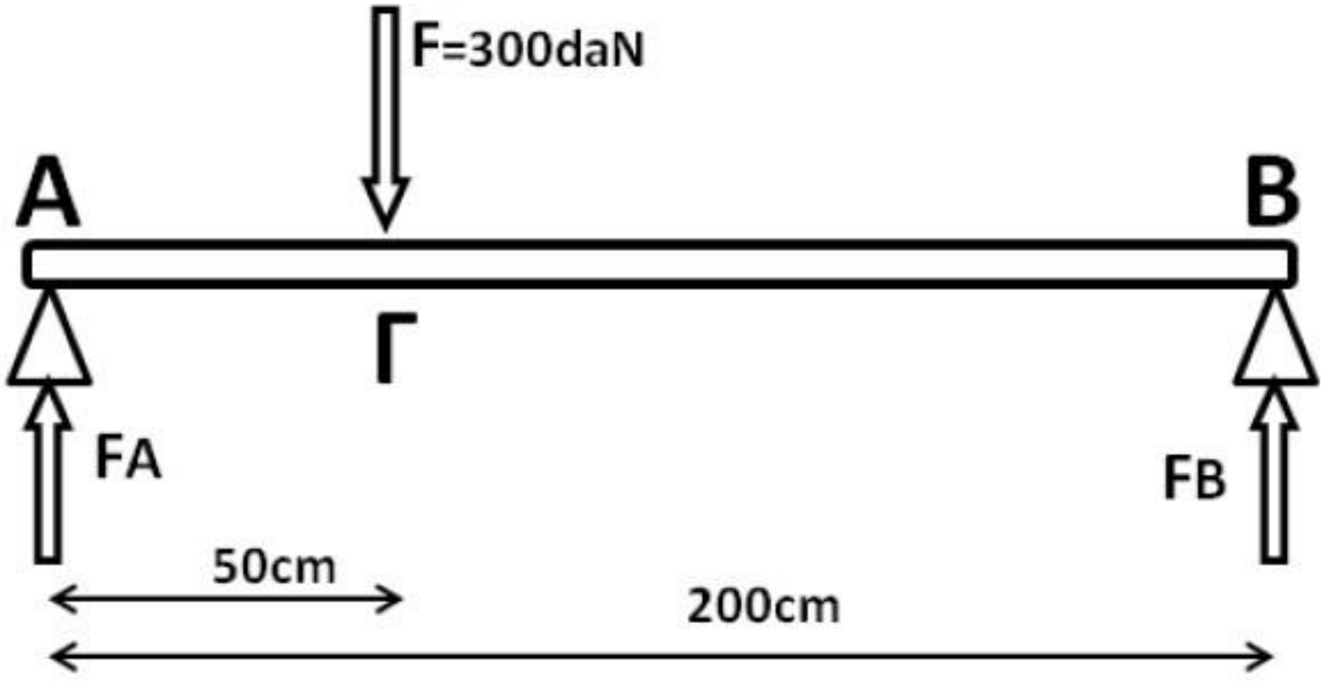
$$\Sigma M_{\Gamma} = F_A \cdot (A\Gamma) + F_1 \cdot 0 + F_2 \cdot (\Gamma\Delta) - F_B \cdot (\Gamma B) = 200 \cdot 2 + 0 + 400 \cdot 2 - 300 \cdot 4 =$$

$$= 400 + 0 + 800 - 1200 = 0$$

Η συνολική ροπή ως προς το σημείο Γ είναι μηδέν. Το ίδιο θα βρίσκαμε και για το σημείο Δ, αλλά και για οποιοδήποτε άλλο σημείο.



Άσκηση 14: Δίνεται η ράβδος του επόμενου σχήματος, που στηρίζεται στα σημεία Α και Β ενώ δέχεται την δύναμη F=300 daN σε απόσταση 50 cm από το Α. Το μήκος της ράβδου είναι 200 cm. Να βρεθούν οι αντιδράσεις στα άκρα της ράβδου.



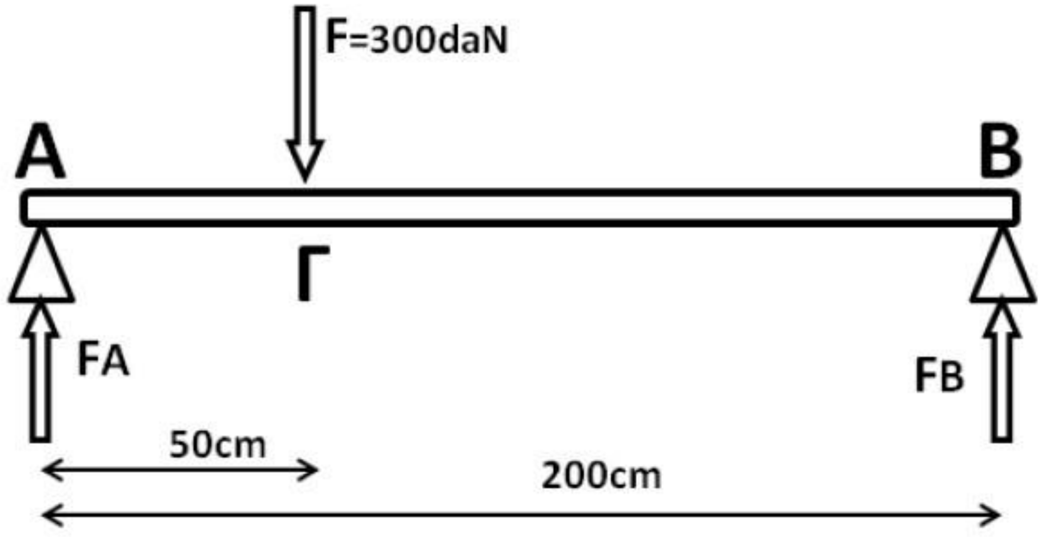
Σε αυτές τις ασκήσεις πάντα εφαρμόζουμε τις εξισώσεις για την ισορροπία της ράβδου: την εξίσωση για την ισορροπία α) των δυνάμεων ΣFy=0 και β) των ροπών ΣΜ= 0.

Προσέξτε ότι η εξίσωση για τις ροπές είναι πάντα ως προς ένα σημείο στήριξης ώστε να μην έχει και αυτή δυο αγνώστους.

Ροπές ως προς το σημείο Α:

$$F \cdot (A\Gamma) = F_B \cdot (AB)$$

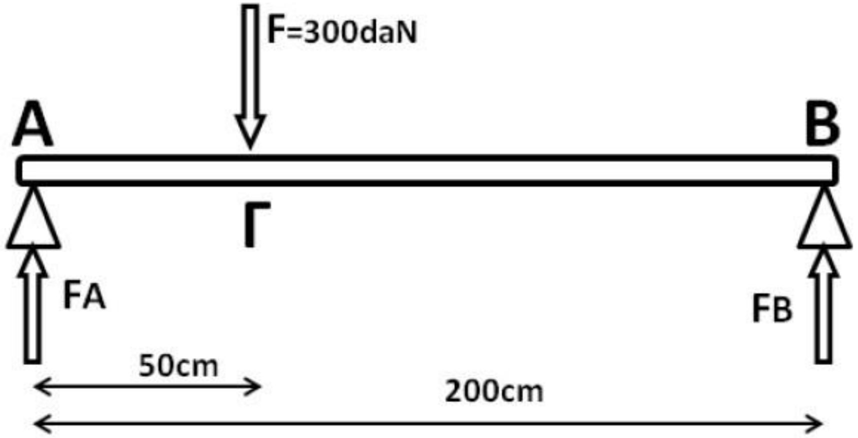
$$M_A = F(A\Gamma) - F_B(AB)$$



Λύνουμε ως προς την άγνωστη δύναμη FB

$$F \cdot (A\Gamma) = F_B \cdot (AB) \Rightarrow \frac{F \cdot (A\Gamma)}{(AB)} = F_B \Rightarrow F_B = \frac{300daN \cdot 50cm}{200cm} \Rightarrow F_B = 75daN$$

Από την ισορροπία δυνάμεων εχουμε



$F = F_A + F_B$

F = 300daN
FB = 75daN
αρα FA=225daN

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ SF (SAFETY FACTOR)

Είναι ένας αριθμός που μας λέει πόσο μεγαλύτερη τάση πρέπει να ασκηθεί από την επιτρεπόμενη για να σπάσει ένα δοκίμιο, να υπερβεί δηλαδή την τάση θραύσης του. Για τις ορθές τάσεις (που συμβολίζονται ΠΑΝΤΑ με το γράμμα σ) θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$SF=v=\frac{\sigma(\theta\rho\alpha\upsilon\sigma\eta\varsigma)}{\sigma(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)}$$

Αντιστοίχως για τις διατμητικές τάσεις (που συμβολίζονται με το γράμμα τ) θα ισχύουν οι σχέσεις:

$$SF=v=\frac{\tau\ (\theta\rho\alpha\upsilon\sigma\eta\varsigma)}{\tau(\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi o\mu\varepsilon\nu o)}$$

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ SF (SAFETY FACTOR) ΣΤΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΑ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ

Ο συντελεστής ασφαλείας για το ίδιο **ΕΞΑΡΤΗΜΑ**, είναι τόσο μεγαλύτερος όσο πιο δυσμενή είναι τα αποτελέσματα που θα επιφέρει μια βλάβη του.

Το μεγάλο πρόβλημα στις μηχανές είναι η μεταβολή προς το χειρότερο των ιδιοτήτων των εξαρτημάτων τους. Ο συντελεστής ασφαλείας μπαίνει στα διάφορα υλικά, εξαρτήματα ή μηχανές για να τα προστατεύσει όχι από σπάσιμο, αλλά από μερική φθορά που θα επιφέρει μείωση της αντοχής τους και ελάττωση των ιδιοτήτων τους και τελικά σπάσιμο μετά από αρκετές καταπονήσεις.

Για παράδειγμα, το ίδιο συρματόσχοινο αν θα χρησιμοποιηθεί σε ένα γερανό ανύψωσης φορτίων στο λιμάνι θα έχει συντελεστή ασφαλείας, 7, ενώ αν θα χρησιμοποιηθεί σε ένα ανελκυστήρα προσώπων ο συντελεστής θα είναι 14.

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ SF (SAFETY FACTOR)- ΤΕΧΝΙΚΑ ΕΡΓΑ

Ο συντελεστής ασφαλείας στα **ΤΕΧΝΙΚΑ ΕΡΓΑ (π.χ κατολισθήσεις)** ορίζεται ως

$$SF = \frac{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΓΚΡΑΤΗΣΗΣ}}{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ}}$$

$$SF = \frac{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΓΚΡΑΤΗΣΗΣ}}{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ}} = 1$$ **ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ**

$$SF = \frac{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΓΚΡΑΤΗΣΗΣ}}{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ}} < 1$$ **ΑΣΤΑΘΕΙΑ**

$$SF = \frac{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΣΥΓΚΡΑΤΗΣΗΣ}}{\text{ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ}} > 1$$ **ΕΥΣΤΑΘΕΙΑ**

Συνήθως ικανοποιητική τιμή στα Τεχνικά έργα λαμβάνεται SF >2. Η τιμή αυτή διαφοροποιείται και επιλέγεται μεγαλύτερη ανάλογα με την επικινδυνότητα και τις δυσμενεις επιπτωσεις που θα επιφέρει σε περιπτωση αστοχίας.

Άσκηση 2.1 Ένα (καινούριο) συρματόσχοινο έχει συντελεστή ασφαλείας ίσο με 5. Το χρησιμοποιήσαμε για να ανυψώσουμε ένα μεγάλο φορτίο που είχε σαν αποτέλεσμα να σπάσει το συρματόσχοινο. Η τάση στο συρματόσχοινο τη στιγμή που αυτό έσπασε υπολογίστηκε σε 8000 daN/cm^2. Να υπολογίσετε ποια ήταν η επιτρεπόμενη τάση του συρματόσχοινου

$$SF = \frac{\sigma\ (\theta\rho\alpha\upsilon\sigma\eta\varsigma)}{\sigma\ (\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)}$$

$$\boldsymbol{\sigma\ (\varepsilon\pi\iota\tau\rho\varepsilon\pi)} = \frac{\boldsymbol{\sigma\ (\theta\rho\alpha\upsilon\sigma\eta\varsigma)}}{\mathbf{SF}} = \frac{\mathbf{8000}}{\mathbf{5}} = 1600\ \mathrm{daN/cm^2}$$

Άσκηση 2.2: Ένα (καινούριο) συρματόσχοινο έχει **συντελεστή ασφαλείας ίσο με 10** και αποτελείται από 100 σύρματα με διάμετρο 1 mm το κάθε σύρμα. Αν η επιτρεπόμενη τάση του υλικού των συρμάτων για εφελκυσμό είναι 400 daN/cm^2, να βρείτε με πόσο βάρος θα σπάσει το συρματόσχοινο και με πόσο βάρος επιτρέπεται να το φορτίσουμε.

Για να λυθεί η άσκηση σκεφτόμαστε ως εξής: κατ' αρχάς ζητείται το βάρος θραύσης (το βάρος που σπάει το συρματόσχοινο), άρα αρχικά πρέπει να βρούμε την τάση θραύσης. Από την εκφώνηση της άσκησης γνωρίζουμε την επιτρεπόμενη τάση και το συντελεστή ασφαλείας, επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε την τάση θραύσης.

$$\nu_{\alpha\sigma\varphi} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\sigma_{\varepsilon\pi}} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = \nu_{\alpha\sigma\varphi} \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = 10 \cdot 400 \, {}^{daN}/_{cm^2} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = 4000 \, {}^{daN}/_{cm^2}$$

Το βάρος θα βρεθεί από τον τύπο της τάσης: $\sigma = \frac{B}{A}$
αν τον εφαρμόσουμε για την σ (θραυσης) ενώ Β είναι το βάρος υπό το οποίο θα σπάσει το συρματόσχοινο.

$$\nu_{\alpha\sigma\varphi} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{\sigma_{\varepsilon\pi}} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = \nu_{\alpha\sigma\varphi} \cdot \sigma_{\varepsilon\pi} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = 10 \cdot 400\ {}^{daN}/_{cm^2} \Rightarrow \sigma_{\theta\rho} = 4000\ {}^{daN}/_{cm^2}$$

Το <u>εμβαδόν της συνολικης διατομής Α</u> είναι η διατομή και των **<u>100 συρμάτων.</u>**

Το ένα σύρμα έχει εμβαδόν διατομής που δίνεται από τον τύπο:

$$\mathbf{A\sigma\upsilon\rho\mu\alpha = \frac{\pi \cdot D^2}{4}}$$

Το ένα σύρμα έχει εμβαδόν διατομής που δίνεται από τον τύπο:

$$A_\sigma = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \Rightarrow A_\sigma = \frac{3{,}14 \cdot 1^2}{4} \Rightarrow A_\sigma = 0{,}785mm^2$$

Επομένως η συνολική διάμετρος Α του συρματόσχοινου θα είναι:

$$A = 100 \cdot A_\sigma \Rightarrow A = 100 \cdot 0{,}785 \Rightarrow A = 78{,}5mm^2 \Rightarrow A = 0{,}785cm^2$$

Το ζητούμενο βάρος Β θα το βρούμε επιλύοντας τον τύπο: $\boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathbf{B}}{\boldsymbol{A}}$

$$\sigma_{\theta\rho} = \frac{B}{A} \Rightarrow B = \sigma_{\theta\rho} \cdot A \Rightarrow B = 4000\, {}^{daN}\!/_{cm^2} \cdot 0{,}785cm^2 \Rightarrow B = 3140daN$$

Άρα το βάρος με το οποίο θα σπάσει το συρματόσχοινο είναι 3140 daN, ενώ το επιτρεπόμενο βάρος είναι 314 daN, δηλαδή 10 φορές λιγότερο, εφοσον ο συντελεστής ασφαλείας είναι 10.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Η ΕΛΗΝΙΚΗ ΚΑΙ ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΤΑΙ ΣΤΟ ΤΕΛΟΣ ΤΩΝ ΔΙΑΛΕΞΕΩΝ. ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ :

1.Στοιχεία Μηχανών, Βασικές Αρχές Σχεδιασμού, Robert C. Juvinall, Kurt M. Marshek, 2000, Εκδόσεις :Τζιόλα

2. Στοιχεία Μηχανών Ι , Στεργίου Ιωάννης, Στεργίου Κωνσταντίνου, 2003, Εκδόσεις : Σύγχρονη Εκδοτική

3. Στοιχεία Μηχανών, Νικόλαος Χονδράκης, Διπλωματούχος Μηχανολόγος Μηχανικός

4. Στοιχεία Μηχανών, Δρ. Στέργιος Μαρόπουλος