

ΤΕΛΙΚΟΣ ΣΤΟΝ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ

Σμυρνάκης Ιωάννης , Σεπτέμβριος 2020

Εδώ μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας.

1. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα:

α) $\int x\sqrt{x^2 + \mu} dx$

β) $\int \frac{x+1}{(x+2)(x+\mu)} dx$

γ) $\int_0^1 x^{2\mu} \arctan(x) dx$

δ) $\int \sin^{\mu}(x) \cos^3(x) dx$

2. Σχεδιάστε την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{x+\mu}{x^2-4}$ για $\mu \neq 2$, σχεδιάζοντας όλες τις ασύμπτωτες. Για $\mu = 2$ σχεδιάστε την $y = \frac{x+0.5}{x^2-4}$. Αν υπάρχουν τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα, βρείτε τα.

3. Βρείτε το εμβαδόν της περιοχής D του επιπέδου που εσωκλείεται μεταξύ της καμπύλης $y = \mu - x^2$ και της ευθείας $y = x - \mu^2$.
Γραμμοσκιάστε την αντίστοιχη περιοχή σας D.

4. Επιλύστε τις διαφορικές εξισώσεις:

α) $\frac{dy}{dx} + (\mu+1)y = x$ αν όταν $x=1, y=0$

β) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^{\mu}y}{x^2+1}$ αν όταν $x=0, y=1$.

5. Η θέση ενός σώματος που μετατοπίζεται και ταλαντώνεται χωρίς τριβές, δίδεται από τον τύπο $x(t) = 20t + \frac{1}{\pi} \cos(\mu\pi x)$. Ποια είναι η μέγιστη (κατά μέτρο) ταχύτητα του σώματος και ποια η ελάχιστη; Με ποια επιτάχυνση (κατά μέτρο) κινείται το καρότσι σε αυτές τις περιπτώσεις;