Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών

Εισαγωγή στους αισθητήρες

Dr. Καμαριανάκης Ζαχαρίας

email: zkamar@hmu.gr

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Περιεχόμενα

Εισαγωγικά στοιχεία

- Μονάδες μέτρησης
- Εισαγωγικά στοιχεία, παραδείγματα χρήσης και εφαρμογών αισθητήρων και μετρήσεων
- Ορισμοί, γενικές έννοιες και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων
- Κατηγορίες αισθητήρων
- Συστήματα μέτρησης ανοικτού & κλειστού βρόχου
- Δομή των συστημάτων μέτρησης

Ανάλυση σφαλμάτων & επεξεργασία μετρήσεων

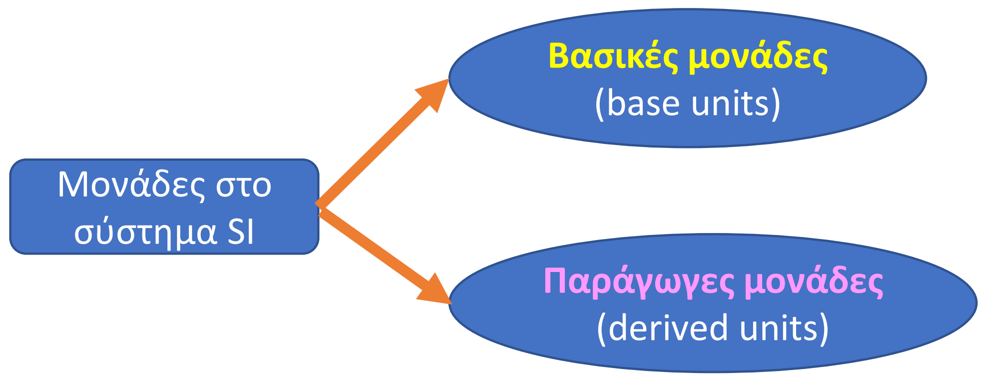
- Συστηματικά σφάλματα
- Τυχαία σφάλματα
- Υπολογισμός σφαλμάτων κατά τις άμεσες μετρήσεις
- Σφάλματα κατά τις μετρήσεις (ορολογία)
- Γραμμική παλινδρόμηση
- Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων
- Εκθετική παλινδρόμηση
- Πολυωνυμική παλινδρόμηση
- Συντελεστής συσχέτισης
- Αβεβαιότητα

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Μονάδες μέτρησης

Το διεθνές σύστημα μονάδων SI είναι το πλέον καθιερωμένο σύστημα μονάδων μέτρησης:

- Στο πεδίο της επιστήμης
- Της Βιομηχανίας
- Στο πεδίο του Διεθνούς εμπορίου



Διεθνές Γραφείο Μέτρων και Σταθμών (**BIPM** - Bureau International des Poids et Mesures), Γαλλία

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

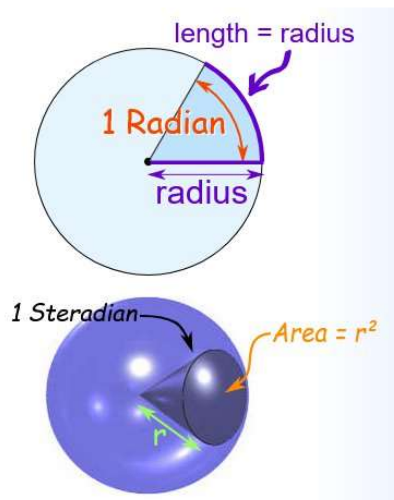
Μονάδες μέτρησης

Οι βασικές μονάδες του συστήματος SI (SI Base units)		
Βασική ποσότητα	**Ονομασία**	**Σύμβολο**
Μήκος (length)	meter	m
Μάζα (mass)	kilogram	kg
Χρόνος (time)	second	s
Ηλεκτρικό ρεύμα (electric current)	ampere	A
Θερμοκρασία (temperature)	kelvin	K
Ποσότητα ουσίας (amount of substance)	mole	mol
Φωτεινή ένταση (luminous intensity)	candela	cd

Παράγωγες μονάδες του συστήματος SI (συνηθισμένα παραδείγματα)	
Παράγωγη ποσότητα	**Σύμβολο**
Επιφάνεια (area)	m^2
Όγκος (volume)	m^3
Ταχύτητα (speed, velocity)	m/s
Επιτάχυνση (acceleration)	m/s^2
Πυκνότητα (density, mass density)	kg/m^3
Πυκνότητα ρεύματος (current density)	A/m^2
Ένταση μαγνητικού πεδίου (magnetic field strength)	A/m
Συγκέντρωση (concentration of amount of substance)	mol/m^3
Φωτεινότητα (luminance)	Cd/m^2

Μονάδες μέτρησης

Στις μετρήσεις επίσης χρησιμοποιούνται και παράγωγες μονάδες του συστήματος SI με καθιερωμένες ***<u>ειδικές ονομασίες</u>***



Μερικές μονάδες του συστήματος SI με ειδικές ονομασίες (συνηθισμένα παραδείγματα)

Παράγωγη ποσότητα	Ονομασία	Σύμβολο	Άλλες μονάδες	Βασικές μονάδες
Επίπεδη γωνία (plane angle)	radian	**rad**		$m \cdot m^{-1}=1$
Στερεά γωνία (solid angle)	steradian	**sr**		$m^2 \cdot m^{-2}=1$
Συχνότητα (frequency)	hertz	**Hz**		s^{-1}
Δύναμη (force)	newton	**N**		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Πίεση, καταπόνηση (pressure, stress)	pascal	**Pa**	N/m^2	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Ενέργεια, έργο, θερμότητα (energy, work, quantity of heat)	joule	**J**	$N \cdot m$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Ισχύς, ροή ακτινοβολίας (power, radiant flux)	watt	**W**	J/s	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Ηλεκτρικό φορτίο (electric charge)	coulomb	**C**		$s \cdot A$
Ηλεκτρικό δυναμικό, ηλεκτρεγερτική δύναμη (electric potential, electromotive force)	Volt	**V**	W/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Χωρητικότητα (capacitance)	Farad	**F**	C/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Ηλεκτρική αντίσταση (electric resistance)	Ohm	**Ω**	V/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Ηλεκτρική αγωγιμότητα (electric conductance)	Siemens	**S**	A/V	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Μαγνητική ροή (magnetic flux)	weber	**Wb**	$V \cdot s$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Πυκνότητα μαγνητικής ροής (magnetic flux density)	tesla	**T**	Wb/m^2	$kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Αυτεπαγωγή (inductance)	henry	**H**	Wb/A	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Θερμοκρασία Κελσίου (Celsius temperature)	degree celsius	**ºC**		K
Φωτεινή ροή (luminous flux)	lumen	**lm**	$cd \cdot sr$	$m^2 \cdot m^{-2} \cdot cd = cd$
Φωτεινή ένταση (illuminance)	lux	**lx**	lm/m^2	$m^2 \cdot m^{-4} \cdot cd = m^{-2} \cdot cd$

Μονάδες μέτρησης

Στις μετρήσεις χρησιμοποιούνται επίσης:

- ***παράγωγες μονάδες με συνδυασμό μονάδων με ειδικές ονομασίες,***
- **μονάδες *εκτός* του SI** οι οποίες χρησιμοποιούνται παράλληλα με μονάδες που ανήκουν σε αυτό.

Παράγωγες μονάδες από συνδυασμούς μονάδων με *ειδικές ονομασίες* (Παραδείγματα)

Παράγωγη ποσότητα	Άλλες μονάδες	Βασικές μονάδες
Γωνιακή ταχύτητα (angular velocity)	rad/s	$m \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} = s^{-1}$
Γωνιακή επιτάχυνση (angular acceleration)	rad/s^2	$m \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} = s^{-2}$
Ροπή δύναμης (moment of force)	N·m	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Ένταση ηλεκτρικού πεδίου (electric field strength)	V/m	$m \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Πυκνότητα ροής θερμότητας, ένταση ακτινοβολίας (heat flux density, irradiance)	W/m^2	$kg \cdot s^{-3}$

Μονάδες *εκτός* του συστήματος SI (Παραδείγματα)

Ονομασία	Σύμβολο	Τιμή σε μονάδες SI
λεπτό (minute)	min	1 min = 60s
Ώρα (hour)	h	1h = 60min = 3600s
Ημέρα (day)	d	1d = 24h=86400s
μοίρα (degree)	o	$1^o=(\pi/180)$rad
λεπτό μοίρας (minute of degree)	‘	$1' = (1/60)^o = (\pi/10800)$rad
δεύτερο μοίρας (second of degree)	“	$1'' = (1/60)' = (\pi/648000)$rad
Λίτρο (liter)	L	$1L = 1dm^{-3} = 10^{-3}\ m^3$
Μετρικός τόνος (metric ton)	t	$1t = 10^3$ kg
Ηλεκτρονιοβόλτ (electronvolt)	eV	$1eV = 1.602177 \cdot 10^{-19}$ J
Ναυτικό μίλι (nautical mile)	M or NM or nmi	1nmi = 1852m
Κόμβος (knot) – nautical mile per hour	Kn or kt	1 Kn = (1852/3600) m/s
bar	bar	1 bar = 0.1 MPa = 100 kPa = 10^5 Pa
angstrom	Å	1 Å = 0.1nm = 10^{-10} m
gauss	G	1 G = 10^{-4} T
maxwell	Mx	1 Mx = 10^{-8} Wb
Κανονική ατμόσφαιρα (standard atmosphere)	atm	1 atm = 101325 Pa
calorie	cal	1 cal = 4.1855 J at 15^o C

Μονάδες μέτρησης

Όταν οι ποσότητες που προκύπτουν από τις μετρήσεις είναι πολύ μεγάλες ή πολύ μικρές, χρησιμοποιούνται ***πολλαπλάσια*** ή ***υποπολλαπλάσια*** των μονάδων

Δυαδικά πολλαπλάσια των μονάδων		
Σύμβολο	**Ονομασία**	**Συντελεστής**
M	mega	2^{20} = 1.048.576
K	kilo	2^{10} = 1024

Δεκαδικά πολλαπλάσια & υποπολλαπλάσια των μονάδων (Προθέματα μονάδων του συστήματος SI)		
Σύμβολο	**Ονομασία**	**Συντελεστής**
Y	yotta	10^{24}
Z	zetta	10^{21}
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	tera	10^{12}
G	giga	10^{9}
M	mega	10^{6}
k	kilo	10^{3}
h	hecto	10^{2}
da	deca	10
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	mili	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	pico	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}
z	zepto	10^{-21}
y	yocto	10^{-24}

Τι είναι οι αισθητήρες?

Είναι *απλές μεμονωμένες συσκευές* ή *πολύπλοκα συγκροτήματα* που χρησιμοποιούνται για τη συλλογή πληροφοριών (δεδομένων) από ένα σύστημα, καθώς και για τον έλεγχο συστημάτων

Οι αισθητήρες ανιχνεύουν ένα *ερέθισμα* ή ένα *σήμα* και στη συνέχεια από αυτό παράγουν ένα μετρήσιμο από αποτέλεσμα

Μερικά **παραδείγματα** αισθητήρων φυσικών παραμέτρων συχνά στη χρήση:

- ✓ Θερμοκρασία
- ✓ Μετατόπιση
- ✓ Ταχύτητα
- ✓ Επιτάχυνση
- ✓ Δύναμη
- ✓ Πίεση
- ✓ Ροή ρευστού
- ✓ Επίπεδο υγρού

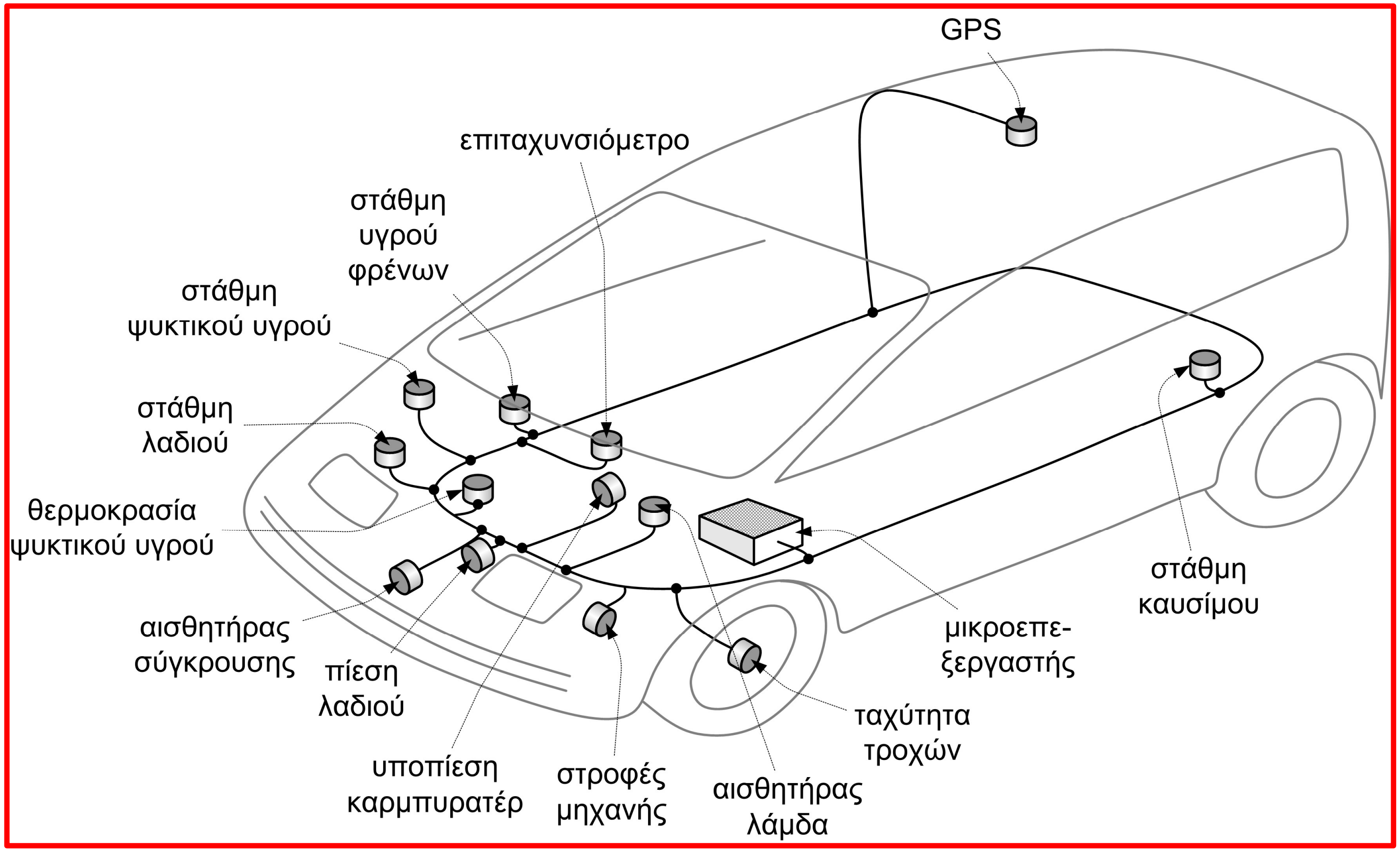
Temperature sensor

pressure sensor

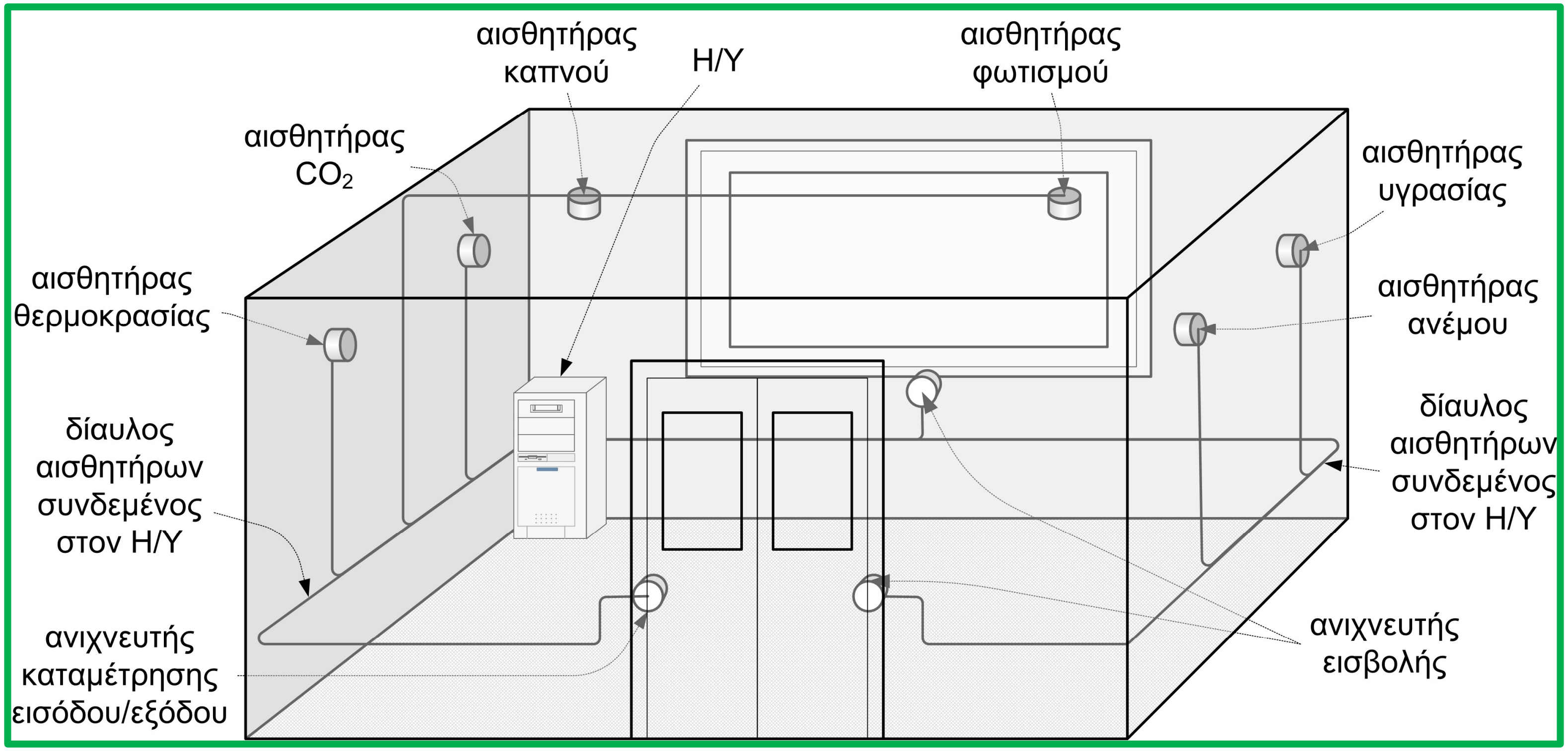
Liquid flow sensor

Capacitive sensor

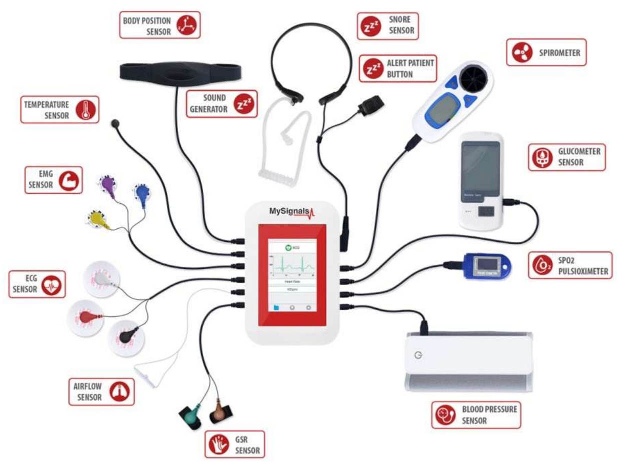
Χρήση & Εφαρμογές των αισθητήρων

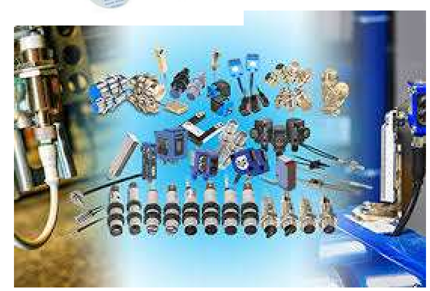


Χρήση & Εφαρμογές των αισθητήρων



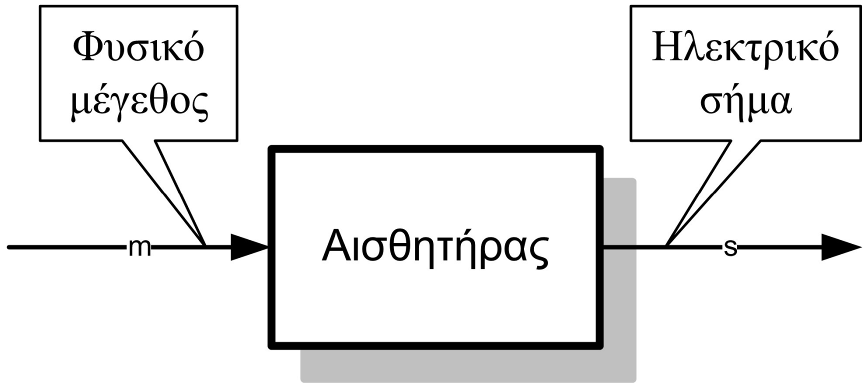
Χρήση & Εφαρμογές των αισθητήρων





Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

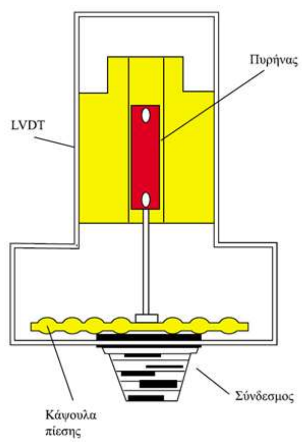
Αισθητήρας (sensor): διάταξη που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους. Μετατρέπει το φυσικό μέγεθος που μετράει σε ***ηλεκτρικό σήμα εξόδου*** (τάση ή ρεύμα).



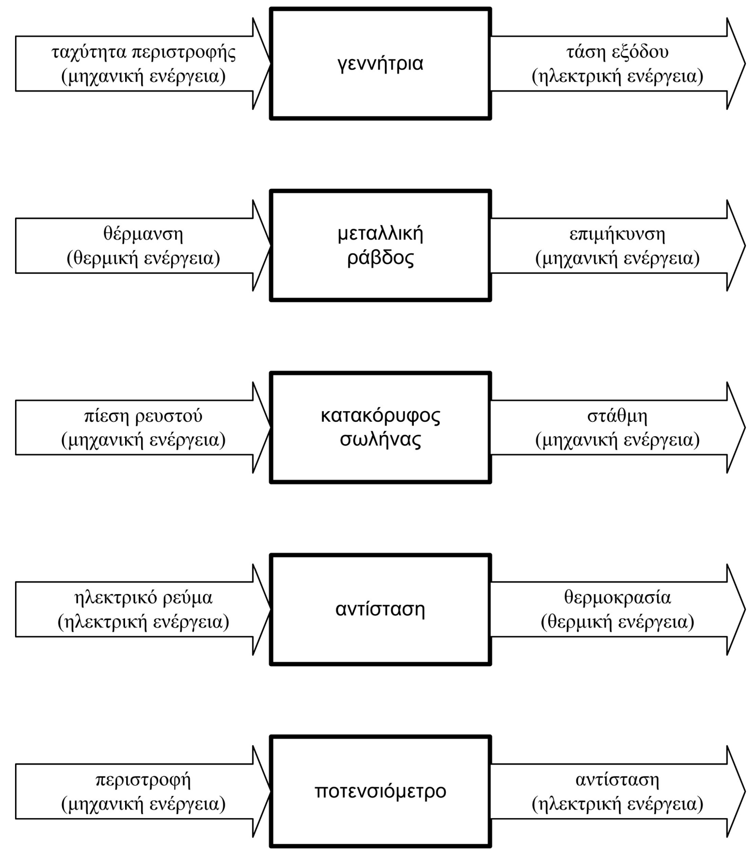
Φυσικά μεγέθη που μετρούνται με αισθητήρες (παραδείγματα)
Θερμοκρασία
Θέση & μετατόπιση αντικειμένου
Ταχύτητα & επιτάχυνση ενός κινούμενου αντικειμένου
Στάθμη υγρών
Η δύναμη και η πίεση
Η ροή ρευστού
Τάση
Ρεύμα
Ακτινοβολία
…

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Μετατροπέας (transducer): Διάταξη που απορροφά ενέργεια από ένα σύστημα και τη μετατρέπει σε άλλης μορφής ενέργεια.



μετατροπέας μέτρησης πίεσης



Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Ανιχνευτής (detector): Διάταξη αισθητήρα ή μετατροπέα με έξοδο δύο διακριτών καταστάσεων (π.χ. **HIGH**/**LOW**, **ON**/**OFF**, **5V**/**0V**, **1/0, 220V/0** κλπ.). Ανιχνεύει αν η στάθμη μιας ποσότητας είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από μια τιμή, αλλά όχι την τρέχουσα τιμή της.

Παράδειγμα: ένας ανιχνευτής θερμοκρασίας προσδιορίζει αν η θερμοκρασία σε ένα δωμάτιο είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από 15^{o} C για να θέσει σε λειτουργία μια θερμική αντίσταση ή ένα καυστήρα θέρμανσης.

→Χρήση σε συστήματα αυτομάτου ελέγχου ανίχνευσης διακριτών καταστάσεων στη βιομηχανία και σε συστήματα ασφαλείας

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Η επιλογή ενός αισθητήρα για ένα σύστημα μέτρησης/ελέγχου εξαρτάται από πολλούς παράγοντες:

Π.χ.

- Κόστος
- Διαθεσιμότητα
- Περιβαλλοντικούς παράγοντες

Όταν επιλέγουμε ένα αισθητήρα είναι σημαντικό να προσαρμόζονται τα χαρακτηριστικά του στην ποιότητα εξόδου που θέλουμε να λαμβάνουμε

Ιδανικά, ένας «καλός αισθητήρας» θα πρέπει:

1) Να είναι ευαίσθητος στο μετρούμενο μέγεθος
2) Να μην είναι ευαίσθητος σε κανένα άλλο μέγεθος ή φαινόμενο
3) Να μην επηρεάζει το υπό μέτρηση μέγεθος
4) Το σήμα εξόδου να είναι ακριβώς γραμμικά ανάλογο με την τιμή του μετρούμενου μεγέθους

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Εύρος λειτουργίας, περιοχή τιμών εισόδου (operating range): Το πεδίο τιμών του ερεθίσματος που δέχεται ο αισθητήρας ή ο μετατροπέας ως διέγερση. Ισούται με τα όρια στα οποία μπορεί η συσκευή να λειτουργεί αξιόπιστα - $\boldsymbol{range} = (\boldsymbol{x_{min}}, \boldsymbol{x_{max}})$

Παράδειγμα: Αισθητήρας CO2 με περιοχή τιμών εισόδου: (350, 10000) ppm CO2

1ppm ("parts per million") = 1 mg/L

Παράδειγμα: Αισθητήρας πίεσης βιομηχανικού τύπου με περιοχή τιμών εισόδου: **(0, 10) bar**

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Εύρος πλήρους κλίμακας <u>εισόδου</u> (Span-Input Full Scale, IFS): ενός αισθητήρα ή μετατροπέα είναι η διαφορά της μέγιστης από την ελάχιστη τιμή του ερεθίσματος (σήματος εισόδου).

$$SPAN = x_{max} - x_{min}$$

Παράδειγμα 1: Αισθητήρας πίεσης με κλίμακα εισόδου (10,200)psi
$SPAN = x_{max} - x_{min}$ = 200 -10 = 190psi

Παράδειγμα 2: Μετατροπέας με πεδίο τιμών εισόδου -100 έως 300^oC
$SPAN = x_{max} - x_{min}$ = 300 -(-100) = 400^oC

Εύρος πλήρους κλίμακας <u>εξόδου</u> (Full Scale Output, FSO): Η διαφορά της μέγιστης (y_{max}) από την ελάχιστη (y_{max}) τιμή του σήματος εξόδου, σε όλο το πεδίο εισόδου του ερεθίσματος του αισθητήρα ή μετατροπέα. Το εύρος εξόδου δίνεται σε μονάδες μέτρησης του σήματος εξόδου.

$$FSO = y_{max} - y_{min}$$

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Συνάρτηση μεταφοράς (transfer function) ή χαρακτηριστική καμπύλη:

Είναι η σχέση (συνάρτηση) του ηλεκτρικού σήματος στην έξοδο του αισθητήρα με την τιμή του φυσικού μεγέθους που μετριέται (στην είσοδο).

Ηλεκτρικό σήμα εξόδου = ***f*** (φυσικό σήμα εισόδου)

Η συνάρτηση μεταφοράς για ένα αισθητήρα συχνά δίνεται από τον κατασκευαστή σαν *μαθηματική έκφραση* ή σαν *γραφική παράσταση* ή ακόμα και σαν *πίνακας αντιστοίχισης* (look-up table) στον οποίο συσχετίζονται οι τιμές του μετρούμενου μεγέθους με το ηλεκτρικό σήμα εξόδου.

Η συνάρτηση μεταφοράς μπορεί να είναι:

Γραμμική: $S = a + b \cdot s$

Λογαριθμική: $S = a + b \cdot ln(s)$

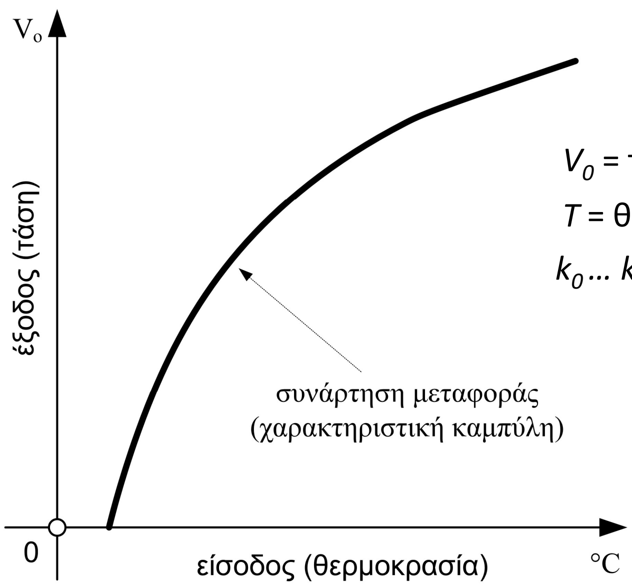
Εκθετική: $S = a \cdot e^{ks}$

Πολυωνυμική: $S = a_0 + a_1 \cdot s^k$

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

<u>Παραδείγματα</u> συνάρτησης μεταφοράς για 2 διαφορετικούς αισθητήρες θερμοκρασίας

$V_0 = k_3 \cdot T^3 + k_2 \cdot T^2 + k_1 \cdot T + k_0$

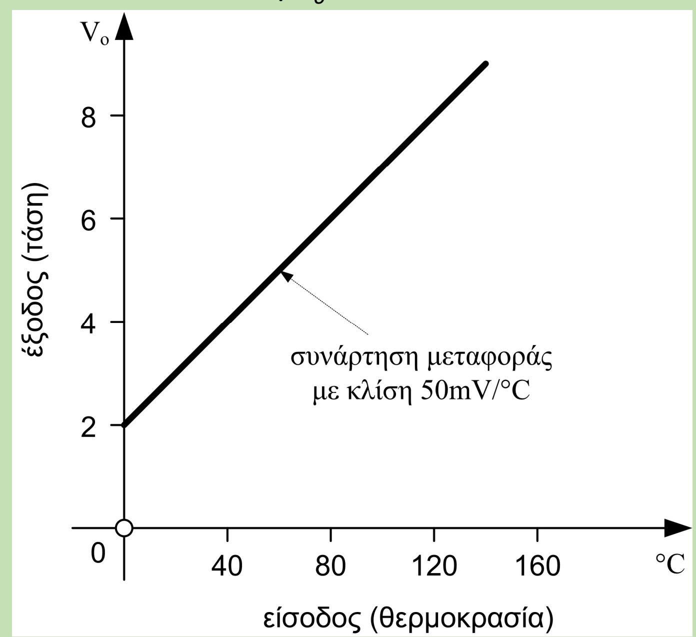


V_0 = τάση εξόδου (Volt)

T = θερμοκρασία σε °C

$k_0 \ldots k_3$ = *σταθεροί συντελεστές*

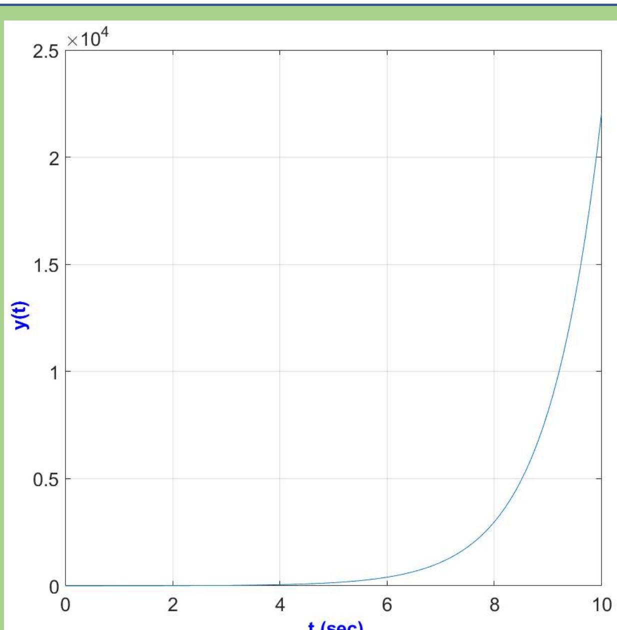
- Συνάρτηση μεταφοράς με κλίση 50mV/°C
- Για T = 0, τάση V_0 = 2V



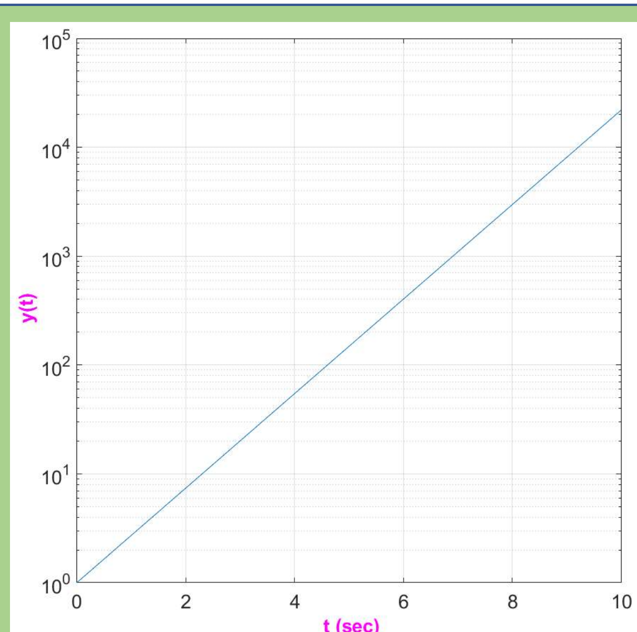
Γραφικές παραστάσεις μεγεθών & μετρήσεων

Για τη γραφική παρουσίαση των μετρήσιμων τιμών ενός μεγέθους χρησιμοποιούμε τις μορφές παραστάσεων:

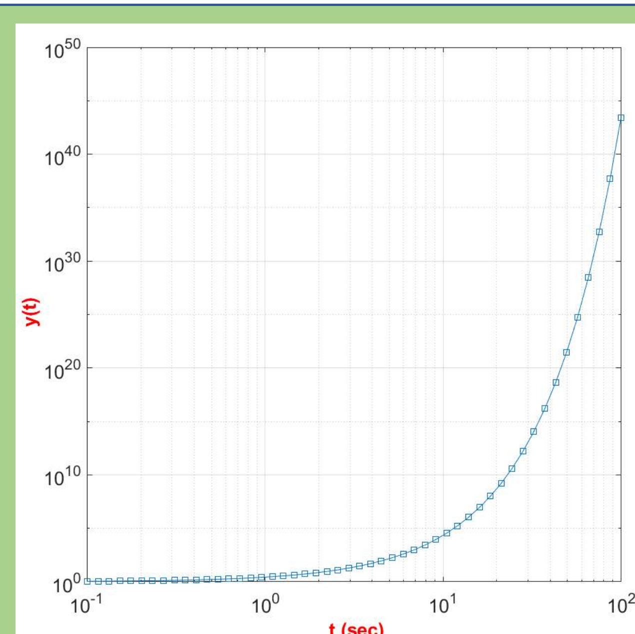
Καρτεσιανή παράσταση μεγεθών



Ημιλογαριθμική παράσταση μεγεθών



Λογαριθμική παράσταση μεγεθών



Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Ακρίβεια (accuracy): μιας συσκευής ή ενός συστήματος είναι ο βαθμός στον οποίο η τιμή την οποία δημιουργεί μπορεί να είναι εσφαλμένη, ή αλλιώς το μέγιστο σφάλμα που μπορεί να παράγει. Ως ακρίβεια ενός αισθητήρα ορίζεται η διαφορά που παρουσιάζει το σήμα εξόδου σε σχέση με την πραγματική τιμή.

Εκφράζεται:
α) Ως προς τις μονάδες της μετρούμενης ποσότητας.
β) Ως εκατοστιαίο (%) σφάλμα ως προς τη τιμή μέτρησης (**συνηθέστερη περίπτωση**)
γ) Ως εκατοστιαίο (%) σφάλμα ως προς το εύρος πλήρους κλίμακας

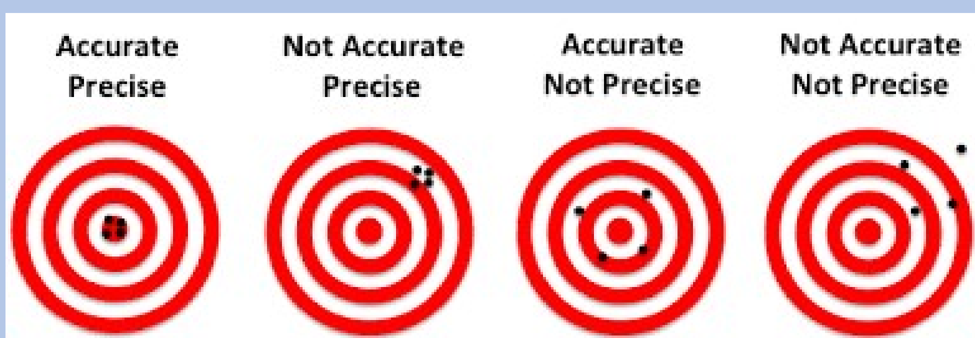
Παράδειγμα
α) Έστω **Ακρίβεια** = **±1 ^oC** και **Μέτρηση** = **28 ^oC.** Πραγματική τιμή θερμοκρασίας: **μεταξύ 27 ^oC** και **29 ^oC**
β) Έστω **Ακρίβεια** = **±5%** και **Μέτρηση** = **28 ^oC.** Πραγματική τιμή θερμοκρασίας: **μεταξύ 26.6 ^oC** και **29.4 ^oC**
γ) Έστω **Εύρος πλήρους κλίμακας**: **0 - 50^oC** , **Ακρίβεια** = **±5%** , **Μέτρηση** = **28 ^oC.** Πραγματική τιμή θερμοκρασίας: **μεταξύ 25.5 ^oC** και **30.5 ^oC**

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Ακρίβεια προσέγγισης (precision): εκφράζει την ικανότητα διάκρισης μεταξύ σχεδόν ίδιων τιμών. Είναι διαφορετική έννοια από την *ακρίβεια.*

Παράδειγμα 1: Η παράσταση ενός αριθμού με 4 σημαντικά ψηφία είναι μικρότερης *ακρίβειας προσέγγισης* από εκείνη με 6 σημαντικά ψηφία.

Παράδειγμα 2



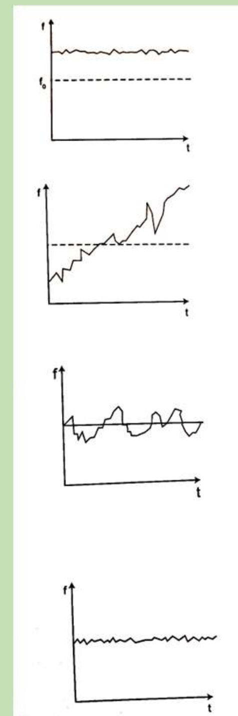
Παράδειγμα 3

(A)

(B)

(C)

(D)



Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Βαθμονόμηση ή *καλιμπράρισμα* (calibration): είναι η διαδικασία καθορισμού της *συνάρτησης μεταφοράς* ενός αισθητήρα ή πιο γενικά ενός συστήματος μέτρησης.

- Κατά τη διαδικασία της βαθμονόμησης εφαρμόζουμε γνωστές τιμές του μετρούμενου μεγέθους στον αισθητήρα και μετράμε τις αντίστοιχες τιμές του ηλεκτρικού σήματος στην έξοδό του.

- Είναι σημαντικό να έχει καθοριστεί με ακρίβεια η συνάρτηση μεταφοράς καθώς επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια των μετρήσεων (με τη χρήση του αισθητήρα) στο σύστημα μέτρησης

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Βαθμονόμηση ονομάζεται επίσης και η διαδικασία σύγκρισης ενός οργάνου μέτρησης ή ενός αισθητήρα άγνωστης ακρίβειας, με ένα αντίστοιχο *πρότυπο όργανο γνωστής ακρίβειας* ώστε να διαπιστωθεί ή και να βελτιστοποιηθεί (με κατάλληλες ρυθμίσεις) η ακρίβειά του. Τη διαδικασία αυτή την ονομάζουμε και **διακρίβωση**.

- Η βαθμονόμηση διακρίνεται σε ***στατική*** και ***δυναμική***

Στη ***στατική*** βαθμονόμηση οι τιμές εισόδου (ερεθίσματα) **δεν** μεταβάλλονται με το χρόνο

Στη ***δυναμική*** βαθμονόμηση οι τιμές εισόδου (ερεθίσματα) μεταβάλλονται με το χρόνο

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Ευαισθησία (sensitivity): στο μετρούμενο μέγεθος $\boldsymbol{X_i}$, ενός αισθητήρα με συνάρτηση μεταφοράς $\boldsymbol{V_0(X_i)}$, δίνεται από την σχέση:

$$S = \frac{dV_o}{dX_i} \quad \text{όπου}$$

dV_0 Μεταβολή στο ηλεκτρικό σήμα εξόδου του αισθητήρα

dX_i Μεταβολή στην τιμή του μετρούμενου φυσικού μεγέθους

- Εκφράζει τη σχέση ανάμεσα στην αλλαγή της εξόδου και την αντίστοιχη αλλαγή της εισόδου κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες. Είναι ίση με τη διαφορά των τιμών εξόδου προς την διαφορά των αντίστοιχων τιμών εισόδου.

$$\boxed{\text{Ευαισθησία (S)} = \frac{[\text{Μέγιστη τιμή εξόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εξόδου}]}{[\text{Μέγιστη τιμή εισόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εισόδου}]}}$$

- Όσο πιο υψηλή τιμή λαμβάνει η έξοδος ενός αισθητήρα για κάθε μονάδα της μετρούμενου παραμέτρου (είσοδος αισθητήρα) τόσο μεγαλύτερη είναι η ευαισθησία του.

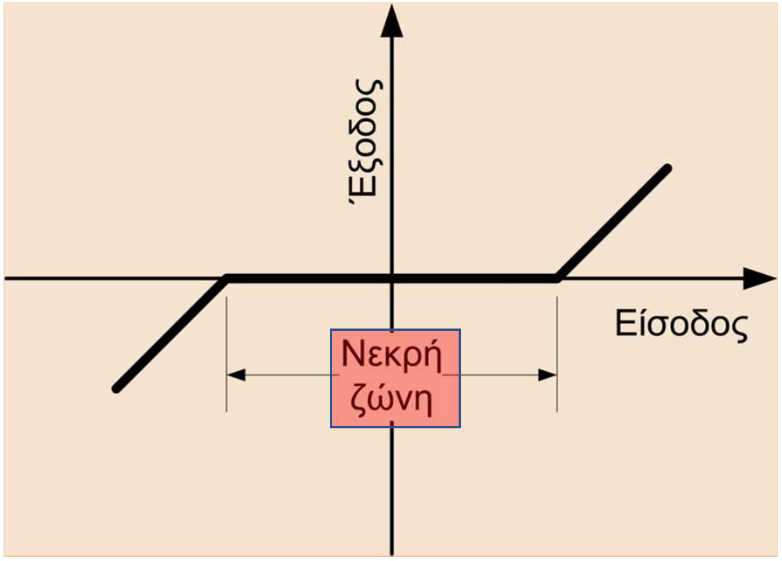
- Οι **μονάδες μέτρησης της ευαισθησίας** διαφέρουν ανάλογα με τη φύση του αισθητήρα και τη μετρούμενη ποσότητα (π.χ. Volt/mm σε αισθητήρα που μετρά μικρή μετατόπιση ενός αντικειμένου και παρέχει ως έξοδο τάση).

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Νεκρή ζώνη (dead-zone, dead-band): Χαρακτηρίζεται η μη δυνατότητα ανίχνευσης του ερεθίσματος ενός αισθητήρα για το οποίο το στοιχείο δεν παρουσιάζει καμιά μεταβολή στην έξοδό του.

Οι νεκρές ζώνες προκύπτουν λόγω στατικής τριβής ή *υστέρησης*

Παράδειγμα: Όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα, η έξοδος του αισθητήρα κοντά στην περιοχή των αρχικών τιμών είναι μηδέν



Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Ολίσθηση (drift): Ονομάζεται η φυσική τάση μια συσκευής ή ενός συστήματος να μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά του με το χρόνο και λόγω περιβαλλοντικών αλλαγών.

- Στην περίπτωση αυτή υπάρχει μεταβολή στην έξοδο του συστήματος, ενώ η είσοδος παραμένει αμετάβλητη και με αυτό τον τρόπο επηρεάζεται η ακρίβεια.

- Σε ολίσθηση οδηγούν η μεταβολή περιβαλλοντικών παραμέτρων (π.χ. θερμοκρασία, υγρασία, πίεση) τα οποία επιδρούν στα επιμέρους τμήματα του μετρητικού συστήματος.

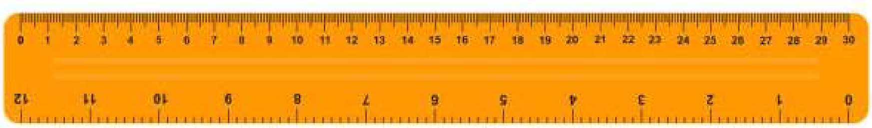
Παράδειγμα: Κοχλίας ρύθμισης της θέσης του δείκτη σε αναλογικό πολύμετρο για το μηδενισμό του σφάλματος ολίσθησης

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Αξιοπιστία (reliability): Η αξιοπιστία είναι η ικανότητα του αισθητήρα ή της συσκευής να λειτουργεί κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες και για μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο παραμένοντας πάντοτε στα πλαίσια των προδιαγραφών.

Σφάλμα (error): Ισούται με τη διαφορά στην μετρούμενη τιμή και στην πραγματική τιμή μιας ποσότητας. Συχνά τα σφάλματα εκφράζονται σαν ποσοστό επί της εκατό (%) οπότε αντιπροσωπεύουν και την ακρίβεια του συστήματος

Παράδειγμα:

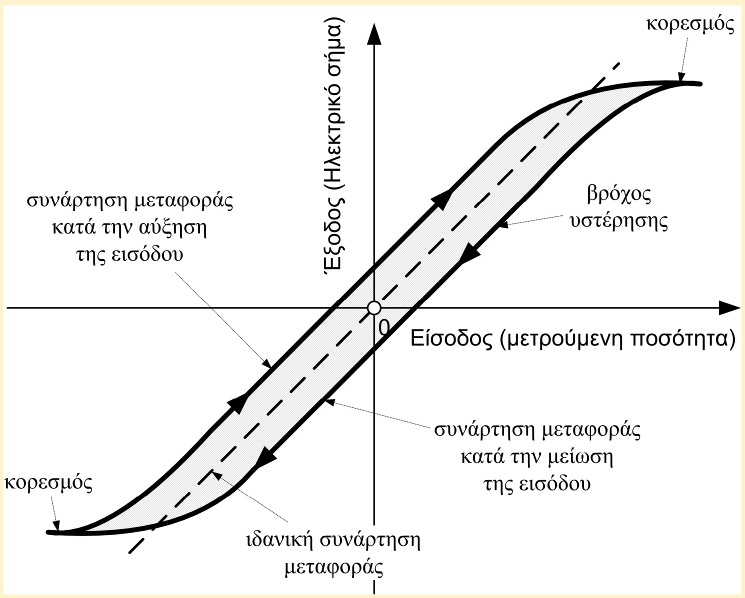


Μέτρηση πλάτους σελίδας βιβλίου = 210.5 mm
Πραγματικό μέγεθος πλάτους = 209.9 mm
Σφάλμα = 210.5-209,9 = 0.6mm

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Υστέρηση (hysteresis): Αποκαλείται το φαινόμενο όπου παρατηρούνται διαφορές στην έξοδο μιας διάταξης μέτρησης (ή αισθητήρα) όταν η κατεύθυνση μεταβολής της εισόδου αντιστραφεί. Εμφανίζεται έντονα στα μαγνητικά υλικά, μηχανικά συστήματα και επηρεάζει την ακρίβεια της μέτρησης.

<u>Παράδειγμα</u>:



- Σε κάθε τιμή εισόδου αντιστοιχούν 2 τιμές εξόδου ανάλογα αν η είσοδος ***αυξάνεται*** ή ***μειώνεται***
- Η διαδρομή της χαρακτηριστικής ονομάζεται ***βρόχος υστέρησης.***
- Το *<u>εμβαδόν</u>* του αποτελεί χαρακτηριστικό του αισθητήρα.
- <u>Στην ιδανική περίπτωση</u> ***εμβαδόν = 0***, πράγμα που ισοδυναμεί με μηδενική υστέρηση.
- **Κορεσμός**: Ασυμπτωτική συμπεριφορά προς μέγιστη ή ελάχιστη τιμή

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Καθυστέρηση (lag): ονομάζεται η καθυστέρηση της αλλαγής της τιμής εξόδου ενός αισθητήρα ως προς την αλλαγή της εισόδου του. Τη μετράμε σε δευτερόλεπτα (ή σε κλάσματα δευτερολέπτου). Σε εφαρμογές ελέγχου η καθυστέρηση μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την απόδοση.

Χρόνος λειτουργίας (operating life): ένδειξη του χρόνου που αναμένεται να λειτουργεί ένας αισθητήρας στα πλαίσια των προδιαγραφών του. Τον εκφράζουμε σε μονάδες χρόνου ή σε αριθμό κύκλων λειτουργίας τους οποίους μπορεί να διεκπεραιώσει ο αισθητήρας με επιτυχία

Ονομαστική τιμή (rating): μιας συσκευής, αποτελεί το σύνολο των βέλτιστων συνθηκών (ηλεκτρικών, μηχανικών κλπ.) υπό τις οποίες η συσκευή θα λειτουργεί με επιτυχία και με ασφάλεια. Συνήθως δίνεται μέσω περιγραφής των ονομαστικών τιμών για τη συσκευή (π.χ. η μέγιστη τιμή θερμοκρασίας λειτουργίας).

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Απόκριση (response): Η απόκριση μιας συσκευής ισούται με το χρόνο που απαιτεί για να λάβει την τελική τιμή εξόδου της, για μια δεδομένη είσοδο.

Εκφράζεται συνήθως σε δευτερόλεπτα ή και σαν ποσοστό επί της τελικής εξόδου.

Παράδειγμα: Αν οι προδιαγραφές μιας συσκευής ορίζουν ότι ο χρόνος απόκρισης 95% είναι 5 sec, σημαίνει ότι η συσκευή χρειάζεται 5 sec για να λάβει η έξοδός της το 95% της τελικής της τιμής.

Ευστάθεια (stability): Η ευστάθεια, αποτελεί το μέτρο της μεταβολής της εξόδου μιας συσκευής, όταν η είσοδος και οι συνθήκες παραμένουν σταθερά, κατά την διάρκεια μια μεγάλης χρονικής περιόδου.

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Διακριτική ικανότητα (resolution): αναφέρεται στη μικρότερη είσοδο ή αλλαγή της εισόδου που μπορεί να ανιχνεύσει ο αισθητήρας.

Παράδειγμα: Ένας αισθητήρας θέσης με διακριτική ικανότητα 0.1mm δεν αλλάζει την έξοδο του αν το αντικείμενο που παρακολουθεί μετακινηθεί κατά 0.04mm.

Παράδειγμα: Αν για μια μέτρηση απαιτείται ακρίβεια 1 δεκαδικού ψηφίου, δεν έχει σημασία αν ο αισθητήρας παρέχει διακριτική ικανότητα 3 δεκαδικών ψηφίων.

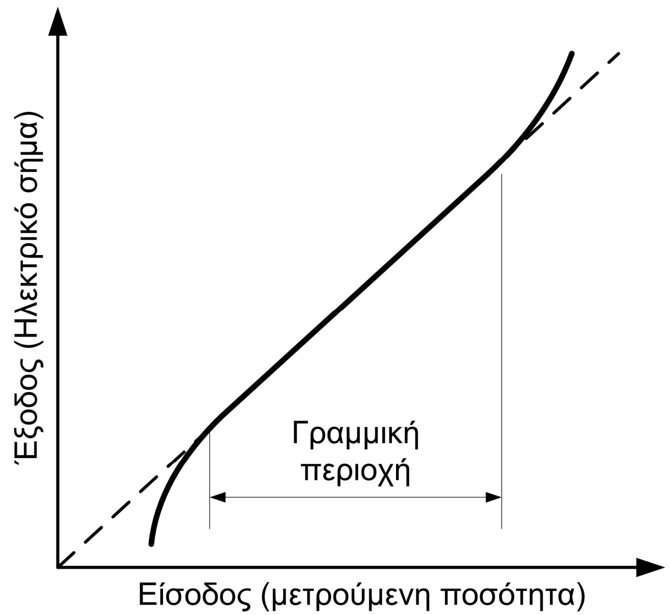
Παράδειγμα: Ένας ψηφιακός ενδείκτης 5 ψηφίων μπορεί να εμφανίσει τιμές έως το 0.00001 της μονάδας μέτρησης. Έχει μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα από ένα των 4 ψηφίων που μπορεί να εμφανίσει τιμές έως το 0.0001 της μονάδας μέτρησης.

Σχετίζεται με την ακρίβεια προσέγγισης (precision) με την οποία εκτελείται μια μέτρηση και συνήθως εκφράζεται επί τοις εκατό.

Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

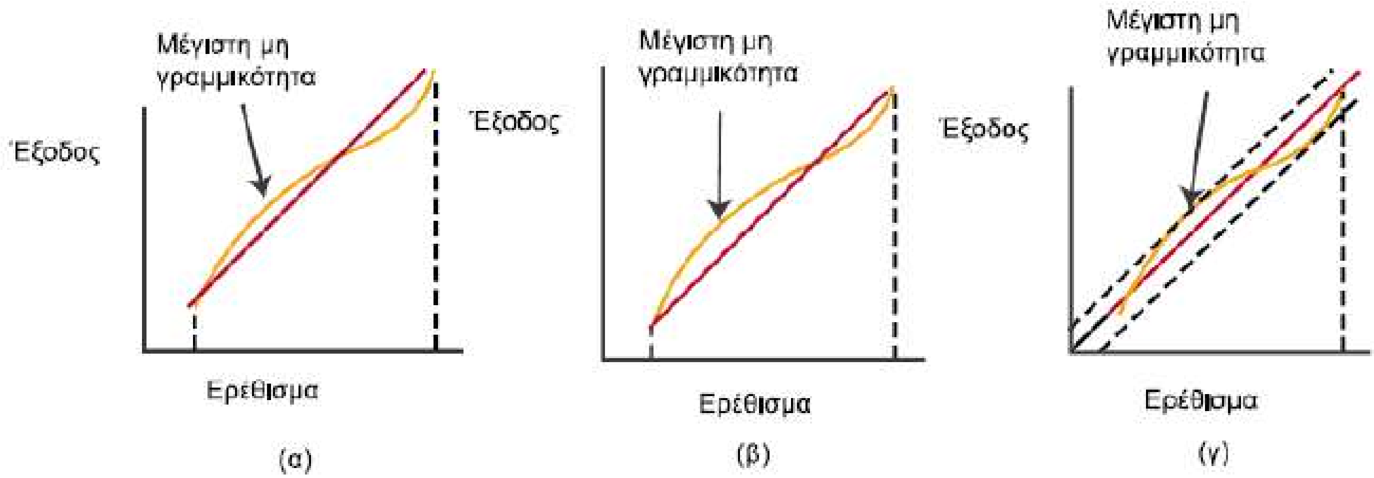
Γραμμικότητα (linearity): αποτελεί σε ένα αισθητήρα το βαθμό στον οποίο η γραφική παράσταση εξόδου ως προς την είσοδο (του αισθητήρα) προσεγγίζει μια ευθεία γραμμή

- Ένας αισθητήρας μπορεί να είναι γραμμικός μόνο σε μια περιοχή τιμών εισόδου.
- Η γραμμικότητα επίσης, μπορεί να εκφράζεται ως προς το μέγιστο βαθμό απόκλισης από την ευθεία γραμμή σε όλο το εύρος τιμών εισόδου. Σε αυτή την περίπτωση αναφέρεται ως ποσοστό επί του εύρους λειτουργίας.



Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Μη-Γραμμικότητα (non-linearity): Το φαινόμενο κατά το οποίο οι τιμές εξόδου ενός αισθητήρα παρουσιάζουν απόκλιση από τη γραμμικότητά του.



Μέθοδοι γραμμικοποίησης: (α) μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων,
(β) ευθείας που συνδέει τα δύο άκρα,
(γ) ανεξάρτητης ευθείας μεταξύ μεγίστων.

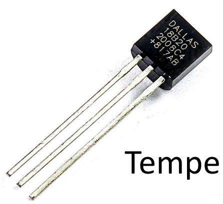
Γενικές έννοιες, ορισμοί και χαρακτηριστικά αισθητήρων & μετρήσεων

Στατικό σφάλμα (static error): αποτελεί ένα σταθερό σφάλμα που υπεισέρχεται σε όλο το εύρος τιμών μιας συσκευής. Αν το γνωρίζουμε, μπορούμε να το αντισταθμίσουμε χωρίς να υπάρξει υποβάθμιση της ακρίβειας του συστήματος.

Ανοχή (tolerance): Η ανοχή μιας συσκευής, είναι το μέγιστο ποσό σφάλματος που μπορεί να υπάρξει κατά της λειτουργία της.

Στις προδιαγραφές των συσκευών, συναντάμε πολλές φορές να αναφέρεται η ανοχή αντί της ακρίβειας

Παραδείγματα τεχνικών προδιαγραφών (datasheets)



Temperature sensor

PRELIMINARY

DALLAS SEMICONDUCTOR

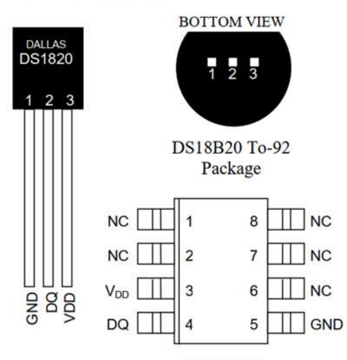
DS18B20
Programmable Resolution 1-Wire® Digital Thermometer

www.dalsemi.com

FEATURES

- Unique 1-Wire interface requires only one port pin for communication
- Multidrop capability simplifies distributed temperature sensing applications
- Requires no external components
- Can be powered from data line. Power supply range is 3.0V to 5.5V
- Zero standby power required
- Measures temperatures from -55°C to +125°C. Fahrenheit equivalent is -67°F to +257°F
- ±0.5°C accuracy from -10°C to +85°C
- Thermometer resolution is programmable from 9 to 12 bits
- Converts 12-bit temperature to digital word in 750 ms (max.)
- User-definable, nonvolatile temperature alarm settings
- Alarm search command identifies and

PIN ASSIGNMENT



DS18B20 To-92 Package

DS18B20Z 8-Pin SOIC (150 mil)

Capacitive humidity sensor

Relative Humidity Sensors
EE Elektronik HC201 and HC1000

Function: The HC201 and HC1000 are capacitive sensor elements using thin film technology. Both sensors are suitable for measuring relative humidity in the range 0 to 100% RH. Both the HC201 and the HC1000 sensors have one electrode etched on to a metallised glass substrate and the sensitive polymer dielectric layer is spin coated onto this. The top electrode consists of a moisture permeable metallic film which sits over the polymer. The dielectric constant of the polymer varies with the amount of water absorbed corresponding to the relative humidity.
The main difference between the HC201 and the HC1000 sensors lies in the linearity of the sensors. The HC201 has a linearity of ±2% RH across the range 20 to 90% RH whereas the HC1000 has a linearity of ±1.5% over the range 0 to 98% RH.

SPECIFICATIONS

	HC201	HC1000
Operating Humidity Range	10 to 95% RH	0 to 100% RH
Operating Temperature Range	-40 to +110°C	-40 to +120°C
Temperature Coefficient	<±0.02% RH/°C	<±0.02% RH/°C
Nominal Capacitance at 76% RH	200pF±20%	500pF±10%
Average Sensitivity	0.6pF per % RH	1.45pF per % RH
Linearity		
HC201 (20 to 90% RH)	±2% RH	
HC1000 (0 to 98% RH)		±1.5% RH
Hysteresis	2.0±0.3% RH	±1.0% RH
Loss Tangent	<0.1 typical	<0.05 typical
Maximum applied voltage	5 Volts	5 Volts
Operating Frequency	10 to 100kHz	30 to 300kHz
Recommended	20kHz	100kHz
Response Time to reach 90% of final value in a 95% Step Change	< 15 secs	< 10 secs

DEFINITIONS:

Operating Range
The operating range is defined as maximum range for humidity and temperature wherein basic data and tolerances are valid. Users have to take into consideration the interdependency of humidity and temperature.

Temperature Coefficient
The temperature coefficient is defined as deviation in % RH per °C at 33% RH.

Nominal Capacitance
Nominal capacitance is given as basic value at 76% RH, valid at 20°C and operating frequency of 100kHz.

Hysteresis
Hysteresis is defined as the maximum difference between two cycles 10 to 80% RH and 80 to 10% RH. Cycling is performed in steps of 10% RH with a stabilisation time of 30 minutes after each step.

Loss Tangent
Loss tangent is given to quantify the resistive value of the impedance. It is measured at 25°C, 76% RH and operating frequency of 20kHz.

Maximum Applied Voltage
Limits are given as peak to peak voltage. Take care to avoid any DC voltage on the sensing elements.

Ταξινόμηση & Κατηγορίες αισθητήρων

Ανάλογα με την ανάγκη τροφοδότησής τους με εξωτερική τάση να λειτουργήσουν ταξινομούνται σε **ενεργούς** (active) και **παθητικούς** (passive).

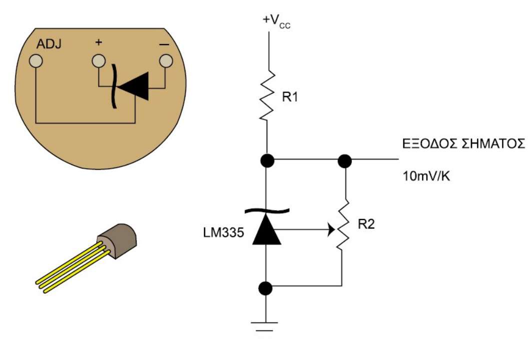
- **Ενεργοί** – παράγουν ηλεκτρικό σήμα σε συνάρτηση με το μετρούμενο μέγεθος χωρίς να απαιτούν ηλεκτρική διέγερση πηγής (π.χ. τα θερμοζεύγη, οι πιεζοηλεκτρικοί).

- **Παθητικοί** - απαιτούν ηλεκτρική διέγερση από κάποια πηγή για να μετρήσουν το φυσικό μέγεθος (π.χ. οι πιεζοαντιστάτες, οι φωτοαντιστάσεις)

Πιεζοηλεκτρικός Αισθητήρας Κρητικής Λύρας

θερμοζεύγος

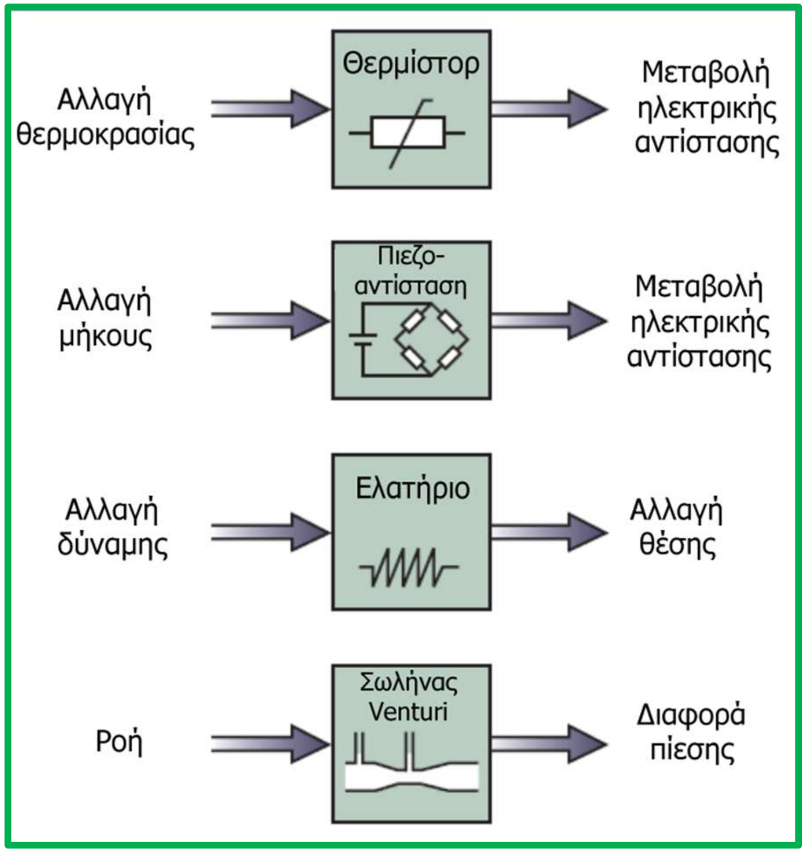
φωτοαντίσταση



Παραδείγματα αισθητήρων

Τα συστήματα μέτρησης και ελέγχου καθώς και οι αισθητήρες μπορεί να είναι **μηχανικές**, **ηλεκτρικές** ή **μικτές** κατασκευές

- Κάποιοι αισθητήρες παράγουν **ηλεκτρική έξοδο** με αποτέλεσμα μία φυσική ποσότητα να μετριέται μέσω της τιμής μίας αντίστασης, τάσης, ρεύματος ή συχνότητας.
- Το **θερμίστορ** και ο **ανιχνευτής μηχανικής τάσης** παράγουν ως έξοδο την αλλαγή μιας ηλεκτρικής αντίστασης.
- Το **ελατήριο** παράγει ως έξοδο την αλλαγή θέσης και έτσι μία βελόνα μπορεί να μετατοπίζεται κατά μήκος μίας κλίμακας, ανάλογα με το βάρος που έχει αναρτηθεί στο ελατήριο.
- Ο **σωλήνας Venturi** μετράει τη διαφορά δύο πιέσεων και μπορεί έτσι να μετρηθεί ο ρυθμός ροής ενός υγρού.



Συστήματα μέτρησης & ελέγχου (με αισθητήρες)

Ένα σύστημα με αισθητήρα παράγει μία ποσοτική έξοδο από μία είσοδο διαφορετικής μορφής <u>με τη βοήθεια κάποιας διαδικασίας</u>

Βασικό σύστημα αισθητήρα

Οι <u>εφαρμογές των αισθητήρων</u> κατατάσσονται σε <u>2 κατηγορίες</u>:

- συστήματα **μέτρησης**
- συστήματα **ελέγχου**.

Τα <u>συστήματα ελέγχου</u> με αισθητήρες μπορούν να διακριθούν σε:

- ✓ συστήματα ελέγχου **ανοικτού βρόχου**
- ✓ συστήματα ελέγχου **κλειστού βρόχου.**

Συστήματα μέτρησης

Ένα **σύστημα μέτρησης** απεικονίζει ή καταγράφει μία ποσοτική έξοδο που αντιστοιχεί στην παράμετρο που μετρά και η οποία αποτελεί και την ποσότητα εισόδου

Σύστημα μέτρησης

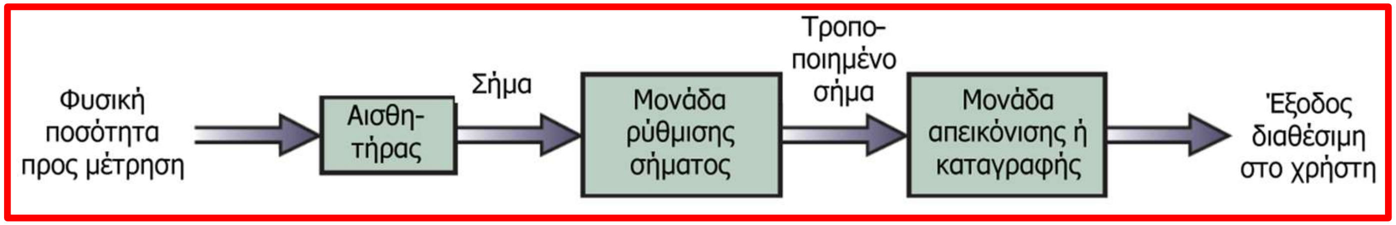
Τα συστήματα μέτρησης δεν αντιδρούν στην ποσότητα εισόδου. Την κάνουν απλά κατανοητή στο χρήστη μέσω κατάλληλης απεικόνισης ή μέσω καταγραφής.

Παράδειγμα – **θερμόμετρο**:
Ποσότητα εισόδου: θερμότητα περιβάλλοντος.
Ποσοτική έξοδος: ένδειξη θερμόμετρου σε **°C**.
Διαδικασία: μετατροπή θερμότητας περιβάλλοντος σε ένδειξη θερμοκρασίας στη κλίμακα του θερμομέτρου.

Συμπέρασμα:Το θερμόμετρο λοιπόν είναι ένα σύστημα μέτρησης και μόνο, αφού δεν ελέγχει τη θερμοκρασία περιβάλλοντος την οποία μετρά

Συστήματα μέτρησης

Η **διαδικασία μέτρησης** μπορεί να διακριθεί σε επιμέρους στάδια, άρα ένα σύστημα μέτρησης περιλαμβάνει τα αντίστοιχα λειτουργικά στοιχεία:

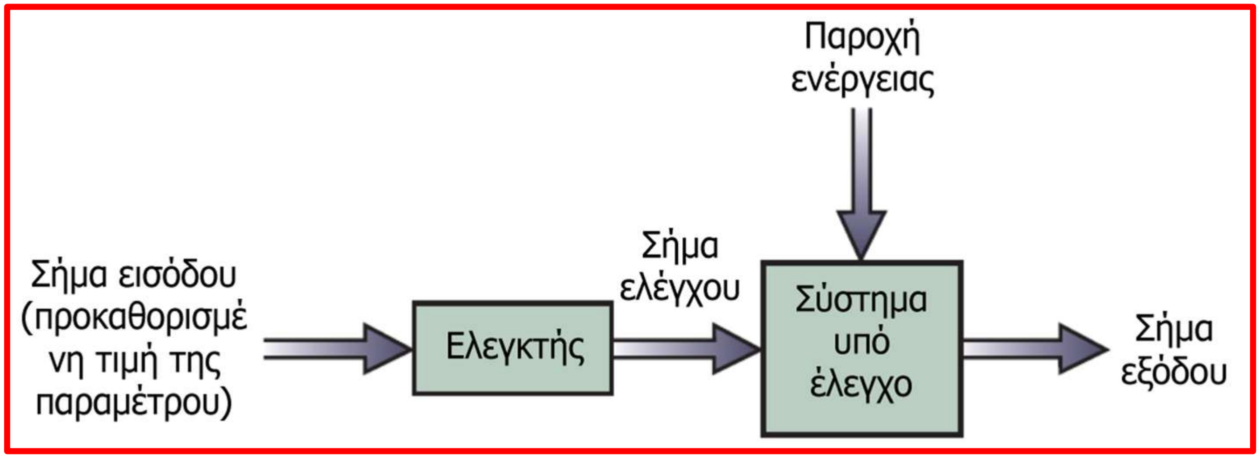


- Στην απλή περίπτωση του θερμομέτρου (απλό σύστημα), όλα τα στάδια είναι ενσωματωμένα στην ίδια συσκευή και η ρύθμιση σήματος είναι η μετατροπή της θερμότητας περιβάλλοντος σε κίνηση της στήλης υδραργύρου.

- Σε πιο περίπλοκα συστήματα μέτρησης είναι απαραίτητος ο διαχωρισμός των λειτουργικών στοιχείων, όπου ο αισθητήρας μετατρέπει τη φυσική ποσότητα σε σήμα, το οποίο με κατάλληλη τροποποίηση από τη μονάδα ρύθμισης μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τη μονάδα απεικόνισης ή καταγραφής.

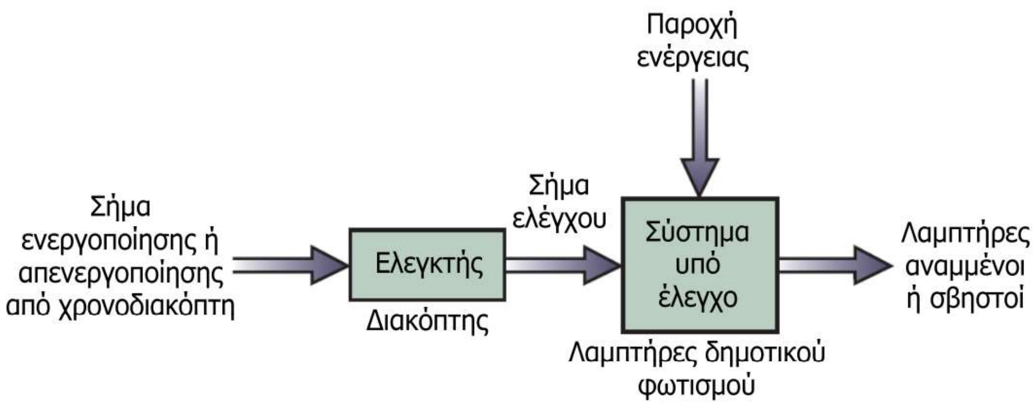
Παράδειγμα: Αν το σήμα είναι ηλεκτρική τάση, συνήθως χρειάζεται η ενίσχυσή της από τη μονάδα ρύθμισης ώστε να απεικονιστεί κατάλληλα. Υπάρχουν διάφορες τεχνικές ρύθμισης (ενίσχυση τάσης, μετατροπή παλμών φωτός σε ηλεκτρικούς κλπ.) και τεχνικές απεικόνισης ή καταγραφής (αριθμητική έξοδος, μετακίνηση βελόνας σε κλίμακα, προβολή/εκτύπωση γραφικής παράστασης κλπ.)

Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου



- Στόχος είναι η διατήρηση μιας παραμέτρου σε μία **προκαθορισμένη τιμή**.
- Η έξοδός τους **ρυθμίζει κάποια παράμετρο**, η τιμή της οποίας δεν εμφανίζεται απαραιτήτως στο χρήστη.
- Η βάση της λειτουργίας ενός τέτοιου συστήματος είναι ότι **ελέγχεται από σήμα προκαθορισμένης τιμής**.
- **Η προκαθορισμένη τιμή δεν αλλάζει** ακόμη και αν άλλοι παράγοντες αλλάξουν και καταστήσουν την έξοδο του συστήματος ανακριβή

Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου



Παράδειγμα: **σύστημα ελέγχου ανοικτού βρόχου για έναρξη και λήξη της λειτουργίας των λαμπτήρων δημοτικού φωτισμού**.

→ Ο έλεγχος που απαιτείται είναι όταν νυχτώνει να ανάβουν οι λαμπτήρες και όταν ξημερώνει να σβήνουν.

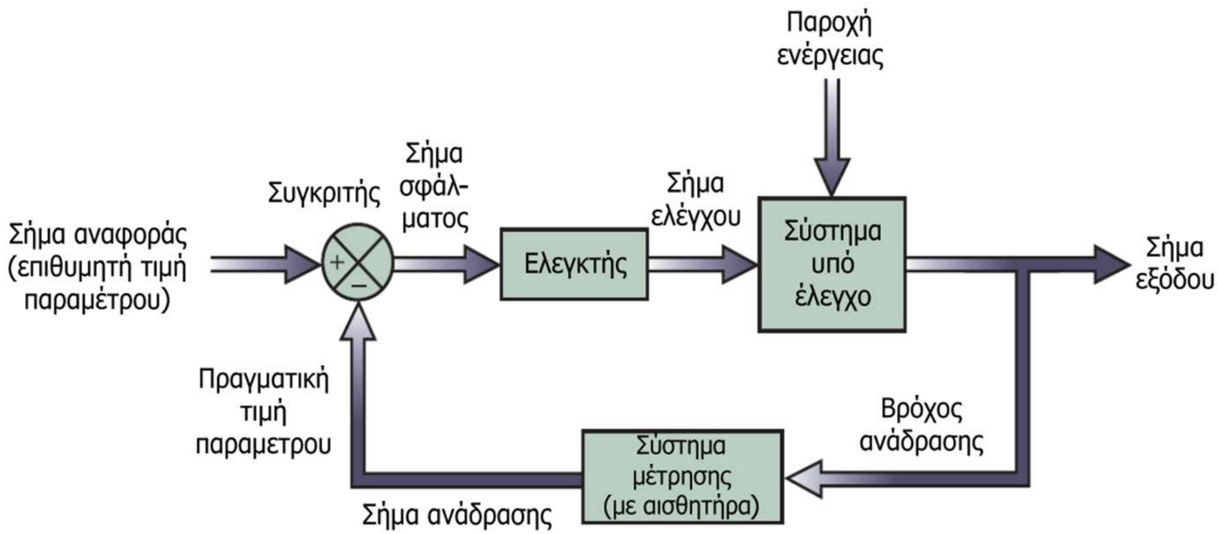
→Το σήμα ελέγχου μπορεί να προκαθοριστεί και οι λαμπτήρες να ανάβουν και να σβήνουν σε προκαθορισμένες ώρες με τη βοήθεια συστήματος χρονομέτρησης.

→ο σύστημα αυτό θα λειτουργήσει με ακρίβεια για μερικές εβδομάδες, αλλά επειδή οι ώρες ανατολής και δύσης αλλάζουν, το σύστημα θα καταστεί ανακριβές.

Συστήματα ελέγχου ανοικτού βρόχου

- Στο σύστημα ανοικτού βρόχου **δεν υπάρχει είσοδος** η οποία **να ανιχνεύει** τι συμβαίνει πραγματικά στην παράμετρο που επηρεάζει το σύστημα (π.χ. στο σύστημα ελέγχου δημοτικού φωτισμού, αν επικρατεί σκοτάδι ή φως).
- Για την ακριβέστερη λειτουργία ενός τέτοιου συστήματος **απαιτείται συχνή επέμβαση από εξωτερικό χειριστή** που να ρυθμίζει τον χρονομετρητή, ανάλογα με την εποχή (δηλ. να διαφοροποιεί το προκαθορισμένο σήμα).
- Ο σχεδιασμός των συστημάτων ελέγχου ανοικτού βρόχου **είναι απλός**, αλλά τα συστήματα αυτά είναι **μη αποδοτικά** και απαιτούν **συχνή επέμβαση εξωτερικού χειριστή**.
- Οι προκαθορισμένες τιμές είναι γενικά ανεπαρκείς, αφού αν η παράμετρος που ελέγχουν αλλάξει, θα πρέπει να επαναρυθμιστούν.
- Στις περιπτώσεις, όπου οι συνέπειες από ανακριβή έλεγχο της παραμέτρου που ελέγχεται είναι σημαντικές (π.χ. στάθμη τοξικού υγρού σε δεξαμενή), τα συστήματα ανοικτού βρόχου πρέπει να αποφεύγονται.

Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

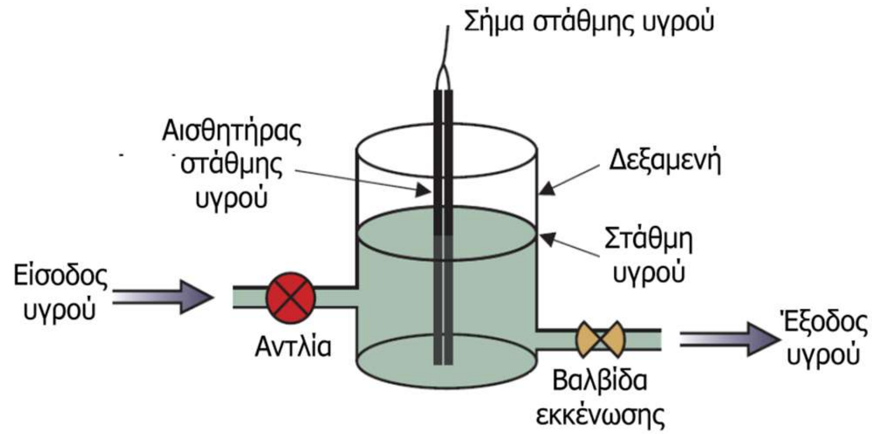


- Στα συστήματα αυτά, η **κατάσταση της εξόδου επηρεάζει άμεσα** την κατάσταση της εισόδου.
- Τα συστήματα αυτά **μετρούν την τιμή της ελεγχόμενης παραμέτρου** στην έξοδο του συστήματος και τη συγκρίνουν με την επιθυμητή τιμή (μέσω του ελεγκτή) ώστε να διατηρούν την έξοδο στην επιθυμητή τιμή.
- Η **πραγματική τιμή** της ελεγχόμενης παραμέτρου συγκρίνεται με την **επιθυμητή τιμή** και η διαφορά των τιμών αυτών ονομάζεται **σφάλμα** (error).

Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου

- Η **επιθυμητή τιμή** ονομάζεται **σήμα αναφοράς** (reference signal) ή **σημείο έναρξης**.
- Η τιμή αυτή συγκρίνεται με το σήμα που προκύπτει από το σύστημα μέτρησης, το οποίο ονομάζεται **σήμα ανάδρασης** (feedback signal).
- Η διαφορά ανάμεσα στο σήμα ανάδρασης και το σήμα αναφοράς αναφέρεται ως **σήμα σφάλματος** (error signal).
- Το σήμα σφάλματος τροποποιείται (π.χ. ενισχύεται) έτσι ώστε να ρυθμίζεται η απόδοση του συστήματος και το τροποποιημένο σήμα σφάλματος ονομάζεται **σήμα ελέγχου** (control signal).
- Το σήμα ελέγχου στη συνέχεια ρυθμίζει την έξοδο του συστήματος, έτσι ώστε το σήμα ανάδρασης να πλησιάσει την τιμή του σήματος αναφοράς (επιθυμητή τιμή).
- Τότε το σήμα σφάλματος θα μειωθεί (έως το 0) και έτσι θα επιτευχθεί η επιθυμητή τιμή.

Συστήματα ελέγχου κλειστού βρόχου



Παράδειγμα: **έλεγχος στάθμης τοξικού υγρού σε βιομηχανική δεξαμενή**.

→Η δεξαμενή γεμίζεται μέσω αντλίας και το υγρό χρησιμοποιείται στην παραγωγική διαδικασία μέσω μίας βαλβίδας εκκένωσης.

→Η δεξαμενή δεν πρέπει να υπερχειλίσει ώστε να μη διαρρεύσει τοξικό υγρό και η στάθμη του υγρού δεν θα πρέπει να μειωθεί κάτω από το βέλτιστο επίπεδο (ιδανική στάθμη) που απαιτείται για αξιόπιστη παραγωγική διαδικασία.

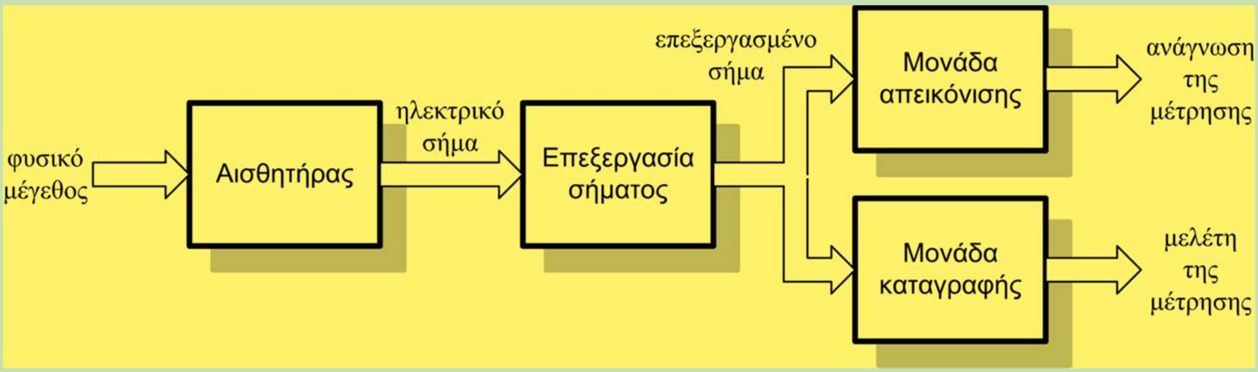
→Χρησιμοποιείται αισθητήρας στάθμης, ώστε να ανιχνεύεται κάθε στιγμή η στάθμη του υγρού στη δεξαμενή και να παράγεται η αντίστοιχη ηλεκτρική έξοδος.

Η δομή ενός συστήματος μέτρησης

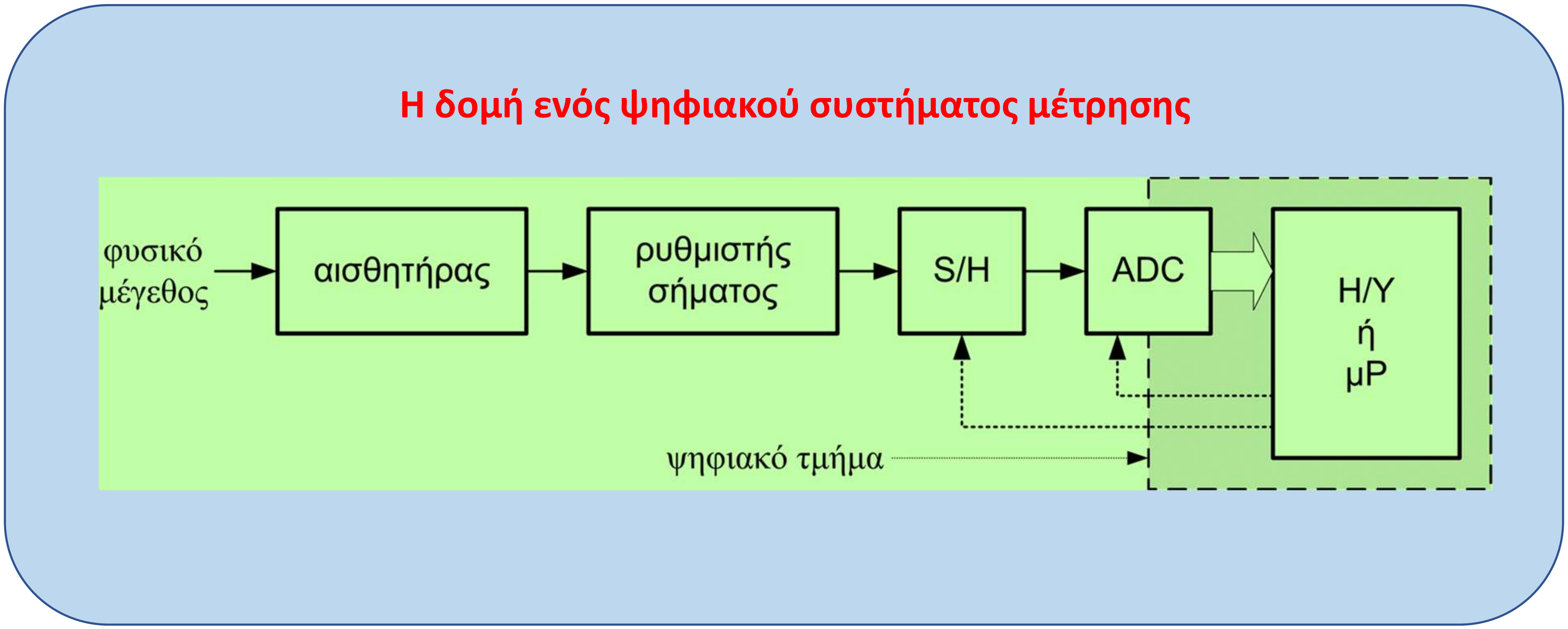
Τα χαρακτηριστικά που λαμβάνονται υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός συστήματος μέτρησης είναι:

- Μεγάλη ευαισθησία
- Μικρή κατανάλωση ισχύος
- Μεγάλη ταχύτητα απόκρισης
- Εύκολη μετάδοση του σήματος εξόδου σε απόσταση
- Υψηλή αξιοπιστία

Η δομή ενός συστήματος μέτρησης



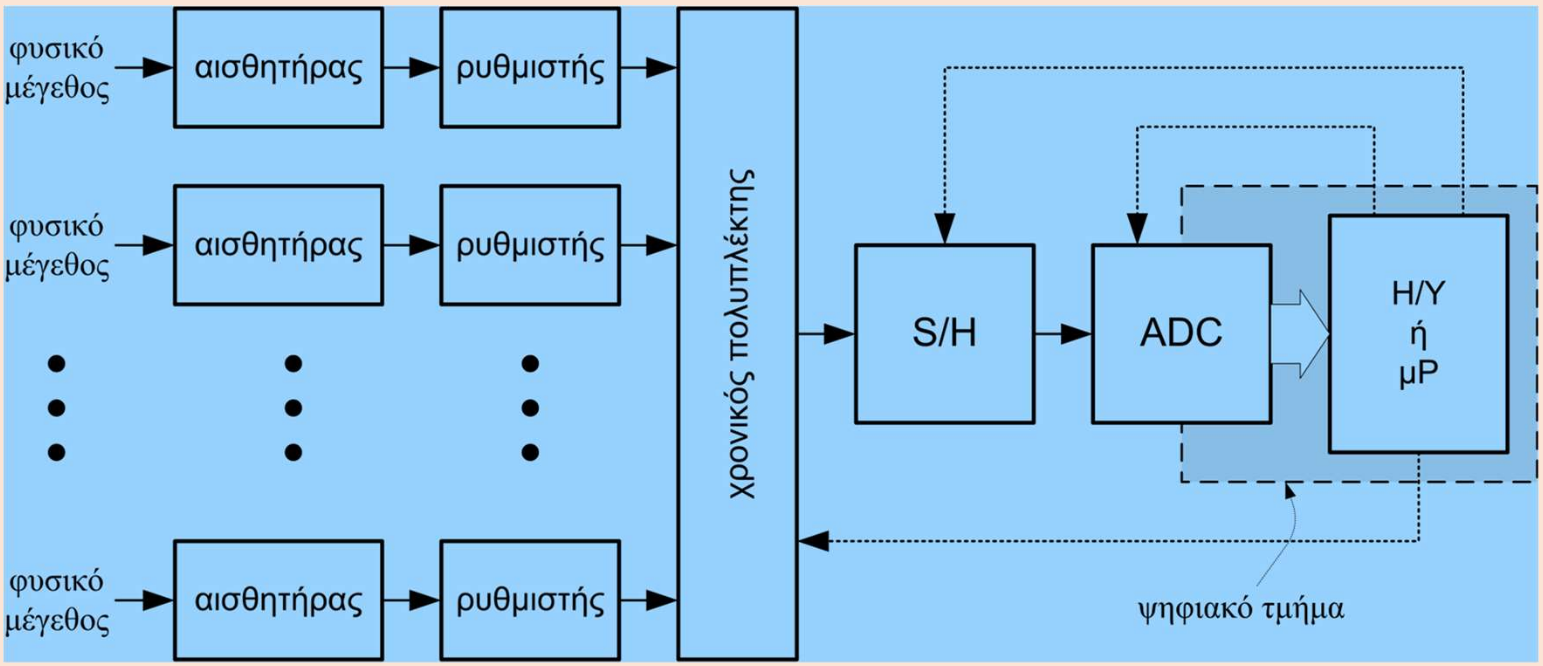
Η δομή ενός ψηφιακού συστήματος μέτρησης



S/H:Μονάδα δειγματοληψίας και συγκράτησης (sample and hold, S/H)
μP: μικροεπεξεργαστής

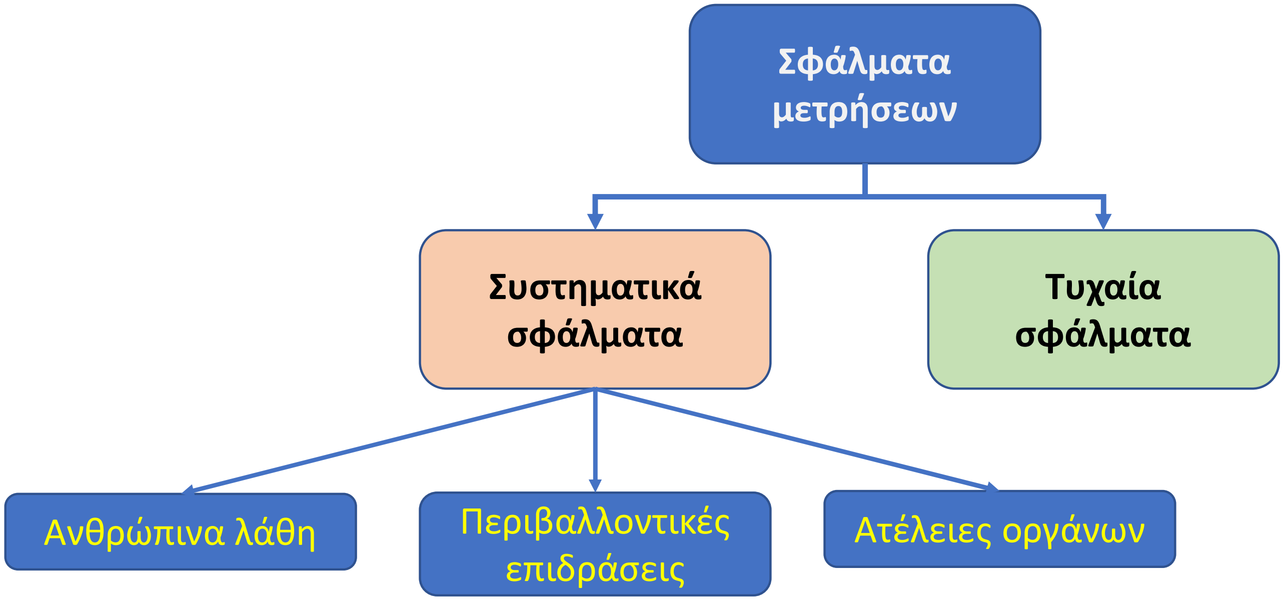
Η δομή ενός ψηφιακού συστήματος μέτρησης

Η δομή ενός ψηφιακού συστήματος μέτρησης <u>πολλών μεγεθών</u> ταυτόχρονα



Σφάλματα μετρήσεων

Τα σφάλματα στις μετρήσεις ταξινομούνται σε 2 μεγάλες κατηγορίες, ανάλογα με την αιτία που τα προκαλούν. Τα **συστηματικά** και τα **τυχαία** σφάλματα.



Σφάλματα μετρήσεων

- Συστηματικά σφάλματα, είναι τα σφάλματα τα οποία επηρεάζουν συστηματικά και με τον ίδιο τρόπο όλες τις μετρήσεις. Τέτοια είναι τα σφάλματα που οφείλονται στη *λάθος βαθμονόμηση*, *ατέλειες οργάνων*, σε *ανθρώπινους* ή σε *περιβαλλοντικούς παράγοντες*.
- Τα συστηματικά σφάλματα τις περισσότερες φορές μπορούν να αναγνωρισθούν και να διορθωθούν κατά την ανάλυση των μετρήσεων
- Τα τυχαία σφάλματα επηρεάζουν όλες τις μετρήσεις αλλά με τυχαίο τρόπο και επομένως **δεν μπορούν** να αφαιρεθούν κατά την επεξεργασία τους.
- Τα τυχαία σφάλματα οφείλονται σε ατέλειες της πειραματικής διάταξης και στην πεπερασμένη ακρίβεια των μετρητικών οργάνων σε συνδυασμό με την επίδραση των αισθήσεων μας. Επίσης, τυχαίες και μη ελεγχόμενες μεταβολές των περιβαλλοντικών συνθηκών μπορεί να επηρεάσουν τις μετρήσεις μας κατά μη-επαναλήψιμο τρόπο.
- Το μέγιστο ποσοστό σφάλματος που μπορεί να υπάρξει κατά τη διάρκεια λειτουργίας ενός αισθητήρα αναφέρεται ως ανοχή (tolerance).

Σφάλματα μετρήσεων

- Ο μόνος τρόπος που περιορίζει την επίδραση των τυχαίων σφαλμάτων στα αποτελέσματα μιας μέτρησης είναι η ***επανάληψη της μέτρησης*** κατά το δυνατόν όσο περισσότερες φορές.
- Με τη βοήθεια **της στατιστικής θεωρίας** των σφαλμάτων *είναι δυνατή η ελαχιστοποίηση* της επίδρασης των τυχαίων σφαλμάτων στην αλλοίωση της τιμής του μεγέθους, όπως αυτή υπολογίζεται από τις μετρήσεις.
- Αυτό πραγματοποιείται με την ***εκτίμηση*** της πιθανότερης πραγματικής τιμής του μετρούμενου μεγέθους καθώς και της αναμενόμενης ***απόκλισης*** της μέτρησης από την πραγματική τιμή.

$$x = x_{best} \pm \delta x$$

x*: τιμή που μετρήθηκε*

δx*: αβεβαιότητα (uncertainty).*

Η πραγματική τιμή του μετρούμενου μεγέθους βρίσκεται στη περιοχή $x_{best} - \delta x$ και $x_{best} + \delta x$

Η **σχετική αβεβαιότητα** (fractional uncertainty) δίνεται από τη σχέση: $fractional\_uncert = \frac{\delta x}{|x_{best}|}$

Σφάλμα στρογγυλοποίησης

Σφάλμα στρογγυλοποίησης (rounding error): είναι το σφάλμα που προκύπτει όταν αντικαθιστούμε ένα αριθμό με ένα άλλα που έχει πεπερασμένο και συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων.

$$x = (0.b_1 b_2 b_3 \ldots b_k b_{k+1} \ldots)_{10} \cdot 10^e$$

Έστω ότι θέλουμε να γίνει στρογγυλοποίηση σε k δεκαδικά ψηφία

- Αν είναι $\boldsymbol{b_{k+1} \geq 5}$, τότε προσθέτουμε τη μονάδα στο ψηφίο b_k
- Αν $\boldsymbol{b_{k+1} < 5}$, αποκόπτουμε όλα τα δεκαδικά ψηφία μετά το k-οστό

Το σφάλμα στρογγυλοποίησης σε *k* δεκαδικά ψηφία ικανοποιεί πάντα τη σχέση: $|\varepsilon| \leq \frac{1}{2} 10^{-k}$

Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις

Παράδειγμα

Μέτρηση ρεύματος σε ένα κύκλωμα	
Αριθμός μέτρησης	**Μετρούμενη ένταση (A)**
i	x_i
1	10.00
2	10.20
3	10.40
4	10.00
5	9.60
6	10.00
7	9.80
8	10.20
9	9.80

m = 10.00A *dm* =0.178A

Μέση τιμή (mean value): θεωρώντας ότι έχουμε ***n* μετρήσεις** της ίδιας ποσότητας, τότε η μέση τιμή των μετρήσεων αποτελεί προσέγγιση της πραγματικής τιμής του μεγέθους

$$\boxed{m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

n : πλήθος των μετρήσεων

x_i : οι επιμέρους μετρήσεις

Η απόκλιση (deviation) της *i-στής μέτρησης* από τη μέση τιμή είναι:
(παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές)

$$d_i = x_i - m$$

Ισχύει για τις αποκλίσεις: $\sum_{i}^{n} d_i = 0$

Η μέση τιμή των αποκλίσεων (average deviation) είναι: $d_m = \frac{\sum_i^n |d_i|}{n}$

Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις

Τυπική απόκλιση (standard deviation): Χρησιμοποιείται ως μέτρο της εκτίμησης του σφάλματος της ακολουθίας Ν μετρήσεων και αποτελεί έκφραση του βαθμού συγκέντρωσης των μετρήσεων αυτών, γύρω από τη μέση τιμή.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(m-x_i)^2}$$

Η τυπική απόκλιση εκφράζει το σφάλμα ως προς τη μέση τιμή και όχι ως προς την πραγματική τιμή η οποία είναι άγνωστη. Μας δίνει ένα μέτρο της διασποράς των μετρήσεων γύρω από τη μέση τιμή. Όσο μεγαλύτερη η διασπορά, τόσο μεγαλύτερη και η αβεβαιότητα στη μέτρηση.

Μέσο (τυπικό) σφάλμα της μέσης τιμής (standard error of the mean): $\sigma_m = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Για το προηγούμενο παράδειγμα με τις μετρήσεις ρεύματος σέ ένα κύκλωμα είναι:

$\sigma = \pm 0.244$ A

$\sigma_m = \pm 0.0813$ A

Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις – Κατανομή μετρήσεων

Παράδειγμα

Μέτρηση ρεύματος σε ένα κύκλωμα	
Αριθμός μέτρησης	**Μετρούμενη ένταση (A)**
i	x_i
1	10.00
2	10.20
3	10.40
4	10.00
5	9.60
6	10.00
7	9.80
8	10.20
9	9.80

Εύρος τιμών ή **εύρος διασποράς:** ονομάζουμε την περιοχή από την ελάχιστη μέχρι τη μέγιστη τιμή όλων των μετρήσεων:

$$x_{min} \ldots x_{max}$$

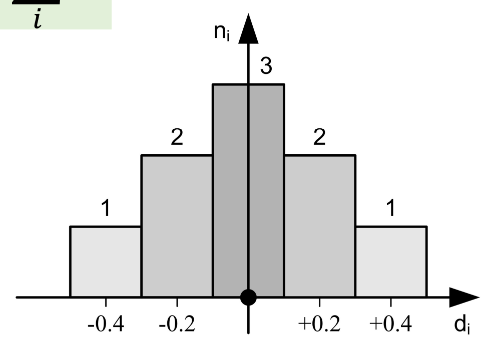
Συχνότητα επανάληψης n_j της *j-οστής μέτρησης*, είναι το πλήθος των περιπτώσεων κατά τις οποίες εμφανίζεται η ίδια τιμή x_i.

$$n = \sum_{i}^{k} n_j$$

n: συνολικός αριθμός μετρήσεων

k: αριθμός διαφορετικών τιμών

Συχνότητες επανάληψης μέτρησης		
Α/Α	**Τιμή**	**Συχνότητα**
j	x_j	n_j
1	10.00	3
2	10.20	2
3	9.80	2
4	10.40	1
5	9.60	1



Διάγραμμα συχνοτήτων επανάληψης ως συνάρτηση των αποκλίσεων (n = 9)

Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις – Κατανομή μετρήσεων

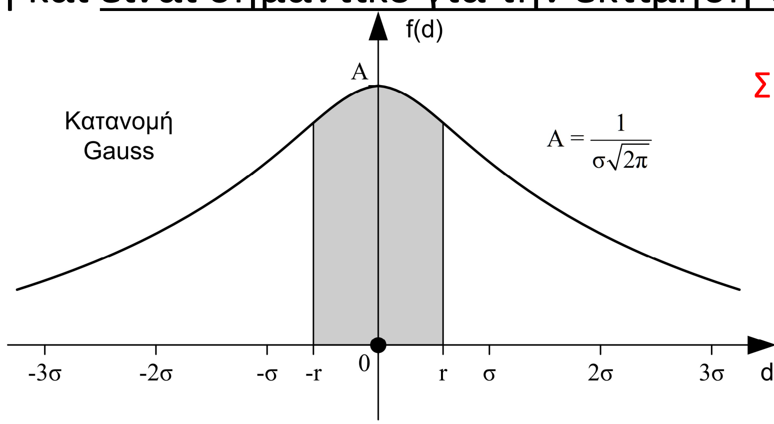
- Οι συχνότητες επανάληψης συνήθως **κανονικοποιούνται** (normalization) δηλαδή διαιρείται κάθε μια με τον αριθμό των μετρήσεων *n*, άρα προκύπτουν οι *σχετικές συχνότητες επανάληψης*.

- Αν φτιάξουμε το διάγραμμα των σχετικών συχνοτήτων ως προς τις αποκλίσεις, ο κατακόρυφος άξονας παριστάνει την ***πιθανότητα*** $\boldsymbol{P(d_i)}$ να εμφανιστεί η απόκλιση από τη μέση τιμή (με όρια πιθανότητας 0 έως 1).

- **Κατανομή** της πιθανότητας των μετρήσεων ονομάζεται το διάγραμμα της πιθανότητας σε συνάρτηση με την απόκλιση και είναι σημαντικό για την εκτίμηση του σφάλματος της μέτρησης

Εμβαδόν = Αριθμός συνολικών περιπτώσεων για τα όρια *–r* έως *+r*

Καθώς έχει γίνει κανονικοποίηση, ο αριθμός αυτός μπορεί να εκφραστεί και σαν ποσοστό (%) του συνολικού αριθμού μετρήσεων



Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

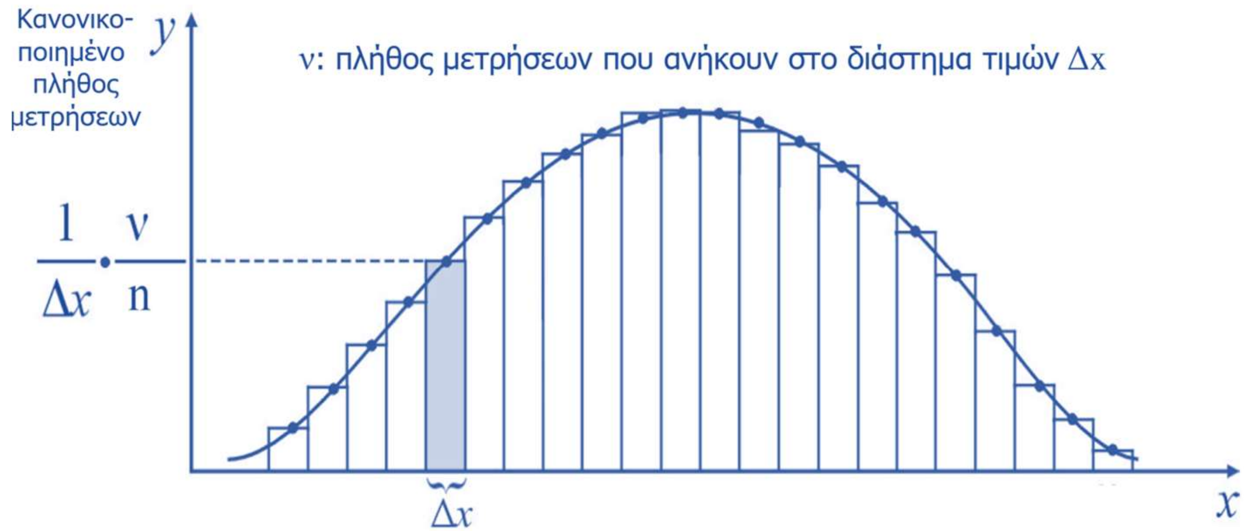
$$f(d) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-d^2/(2\sigma^2)}$$

σ: τυπική απόκλιση (standard deviation)

$$d_i = x_i - m$$

Τυχαία σφάλματα κατά τις <u>*άμεσες*</u> μετρήσεις – Κατανομή μετρήσεων

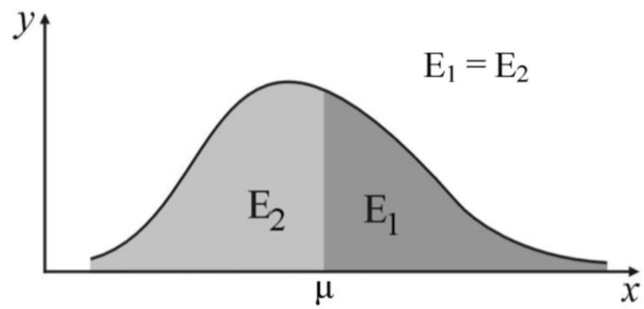
Για *n* μετρήσεις *x*1, *x*2, … *x*n ενός μεγέθους *x*, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το *x* είναι μια μεταβλητή, που οι τιμές της ακολουθούν μια κατανομή, δηλαδή μια οριακή καμπύλη στην οποία τείνει το ιστόγραμμα των μετρήσεων, εάν το πλήθος των μετρήσεων γίνει αρκετά μεγάλο.



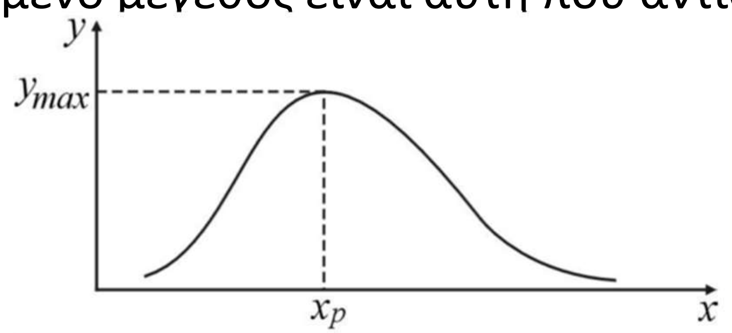
Το εμβαδόν $[(\nu / \Delta x \cdot n) \cdot \Delta x = \nu / n]$ του γραμμοσκιασμένου ορθογώνιου αντιστοιχεί στην πιθανότητα να ανήκει μια μέτρηση στο διάστημα τιμών Δx

Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις – Κατανομή μετρήσεων

Διάμεσος (median value): είναι η τιμή που χωρίζει την καμπύλη κατανομής σε δύο ίσα εμβαδά.



Πιθανότερη τιμή για το μετρούμενο μέγεθος είναι αυτή που αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή της καμπύλης κατανομής.

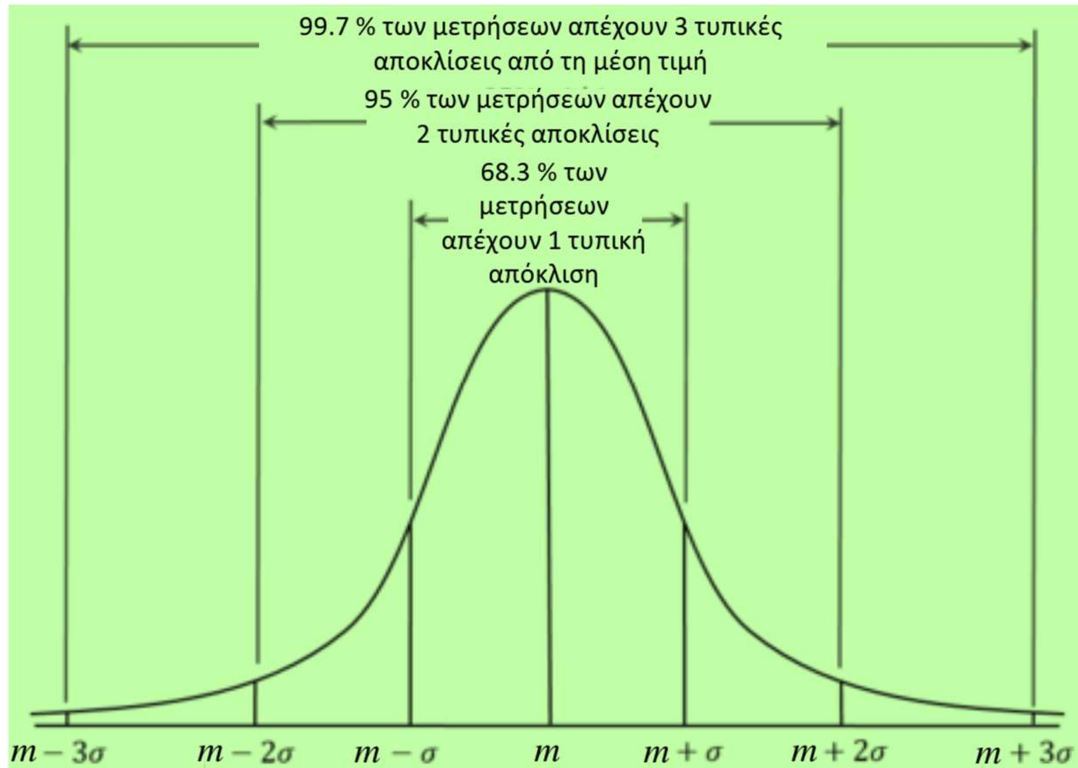


Τυχαία σφάλματα κατά τις *άμεσες* μετρήσεις – Κατανομή μετρήσεων

Κανονική κατανομή είναι αυτή που περιγράφει αμιγώς τυχαία και ανεξάρτητα γεγονότα και αποτελεί καμπύλη συμμετρικής μορφής (καμπάνα), με βασικό χαρακτηριστικό ότι η μέση τιμή ταυτίζεται με την πιθανότερη τιμή και την κεντρική τιμή.

Πιθανότητα να βρίσκεται η πραγματική τιμή του μεγέθους σε περιοχή	
Περιοχή **(διάστημα μέτρησης)**	**Πιθανότητα εμφάνισης**
$m \pm 0.675\sigma$	50%
$m \pm \sigma$	68.3%
$m \pm 2\sigma$	95%
$m \pm 3\sigma$	99.7

Βρίσκει εφαρμογή σε πολλά πεδία της επιστήμης και της τεχνολογίας (π.χ. φαινόμενα που τη την προσεγγίζουν ή ακολουθούν, όπως οι ταχύτητες των μορίων σε ιδανικά αέρια).



Ακρίβεια

Ακρίβεια (accuracy): είναι ο βαθμός εγγύτητας της τιμής που μετράει το σύστημα ή ο αισθητήρας προς την πραγματική τιμή.
Στους αισθητήρες (ή στα συστήματα μέτρησης) η ακρίβεια αφορά την εγγύτητα της τιμής εξόδου του αισθητήρα προς τη μετρούμενη τιμή και εκφράζεται ως **καθαρός αριθμός** και είναι **< 1**, (σχετική ακρίβεια) ή **ως ποσοστό %** (εκατοστιαία ακρίβεια).

$$A_{\sigma\chi\varepsilon\tau.} = 1 - \left|\frac{r - x}{r}\right|$$

$$A(\%) = \left(1 - \left|\frac{r - x}{r}\right|\right) \cdot 100$$

r: μετρούμενη τιμή (πραγματική)
X: αποτέλεσμα μέτρησης (τιμή εξόδου αισθητήρα)

Σφάλματα κατά τις μετρήσεις

Σφάλμα (error): συστήματος μέτρησης (ή ενός αισθητήρα) είναι η διαφορά ανάμεσα στη έξοδο του αισθητήρα ή του συστήματος με την μετρούμενη (πραγματική τιμή). Εκφράζεται ως προς τις μονάδες της μετρούμενης ποσότητας (*απόλυτο σφάλμα*) και ως σχετικό (καθαρός αριθμός) ή εκατοστιαίο σφάλμα (ποσοστό %).

Απόλυτο σφάλμα (absolute error): $e_{\alpha\pi.} = |r - x|$

Σχετικό σφάλμα (relative error): $e_{\sigma\chi\varepsilon\tau.} = \dfrac{|r - x|}{r}$

Εκατοστιαίο σφάλμα (% percentage error): $e(\%) = \dfrac{|r - x|}{r} \cdot 100$

r: μετρούμενη τιμή (πραγματική)

X: αποτέλεσμα μέτρησης (τιμή εξόδου αισθητήρα)

Παράδειγμα:

Σε ένα θερμόμετρο με $e_{\alpha\pi.}$ μετρήσεων ± 0.4 °C, αν η **μετρούμενη θερμοκρασία** είναι 20.5 °C, τότε η **πραγματική θερμοκρασία** βρίσκεται μεταξύ των τιμών 20.1 και 20.9 °C.
Το ίδιο αν το εκατοστιαίο σφάλμα των μετρήσεων είναι 2%.

Σφάλματα κατά τις μετρήσεις

Μέγιστο δυνατό σφάλμα: συχνά μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε πιο είναι το μεγαλύτερο δυνατό σφάλμα που μπορεί να εισέρχεται σε μια παράμετρο που παράγεται (υπολογίζεται) από μετρήσεις άλλων παραμέτρων.

Έστω ότι επιθυμούμε να προσδιορίσουμε το **μέγιστο δυνατό σφάλμα του αθροίσματος δύο μετρήσεων** (α ± δα) και (β ± δβ).

- Οι μέγιστες τιμές που μπορούν να λάβουν οι ποσότητες α και β είναι (α + δα) και (β +δβ), άρα η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να λάβει το άθροισμά τους είναι: **(α + β +δα + δβ)**.
- Η μικρότερη τιμή που μπορεί να λάβει το άθροισμά τους: **(α + β – δα –δβ) = (α + β) - (δα + δβ)**.
- Άρα το άθροισμα (α + β) κυμαίνεται μεταξύ (α + β) - (δα + δβ) και (α + β) + (δα +δβ) και το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα του αθροίσματος (α + β) είναι το **άθροισμα των επιμέρους μέγιστων απόλυτων σφαλμάτων (δα + δβ).**
- Με τον ίδιο τρόπο, μπορούμε να καταλήξουμε στο ότι το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα στην περίπτωση της αφαίρεσης δύο μετρήσεων ισούται επίσης με το άθροισμα των επιμέρους μέγιστων απόλυτων σφαλμάτων

Σφάλματα κατά τις μετρήσεις

Για την περίπτωση **πολλαπλασιασμού μετρήσεων**, οι τιμές του γινομένου κυμαίνονται ως εξής:

$$(a \pm \delta a)(\beta \pm \delta\beta) = a\beta\left(1 \pm \frac{\delta a}{a}\right)\left(1 \pm \frac{\delta\beta}{\beta}\right) = a\beta\left[1 \pm \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{\delta\beta}{\beta}\right) \pm \left(\frac{\delta a}{a}\right)\left(\frac{\delta\beta}{\beta}\right)\right]$$

$$\approx a\beta\left[1 \pm \left(\frac{\delta a}{a} + \frac{\delta\beta}{\beta}\right)\right]$$

Ο όρος αυτός παραλείπεται κατά προσέγγιση καθώς είναι πολύ μικρότερος από τους υπόλοιπους

Αντίστοιχη προσέγγιση αποδεικνύεται ότι ισχύει και για τη **διαίρεση μετρήσεων**:

$$\frac{\alpha \pm \delta\alpha}{\beta \pm \delta\beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left[1 \pm \left(\frac{\delta\alpha}{\alpha} + \frac{\delta\beta}{\beta}\right)\right]$$

Διακριτική ικανότητα

Διακριτική ικανότητα (resolution): αναφέρεται στη μικρότερη αλλαγή εισόδου (Δx) που μπορεί να ανιχνεύσει (ή να μετρήσει) ένας αισθητήρας.

- Όσο μεγαλύτερη είναι η διακριτική ικανότητα, τόσο μικρότερο είναι το βήμα που μπορεί να μετρηθεί. Εκφράζεται με τη μικρότερη αλλαγή εισόδου (Δx) που μπορεί να μετρηθεί (και αναφέρεται και ως βήμα διακριτότητας) ή ως το ποσοστό του λόγου του βήματος διακριτότητας προς την περιοχή τιμών εισόδου του αισθητήρα (FSI):

$$\text{Διακριτική ικανότητα} = \frac{\Delta x}{r_i} \cdot 100\ (\%)$$

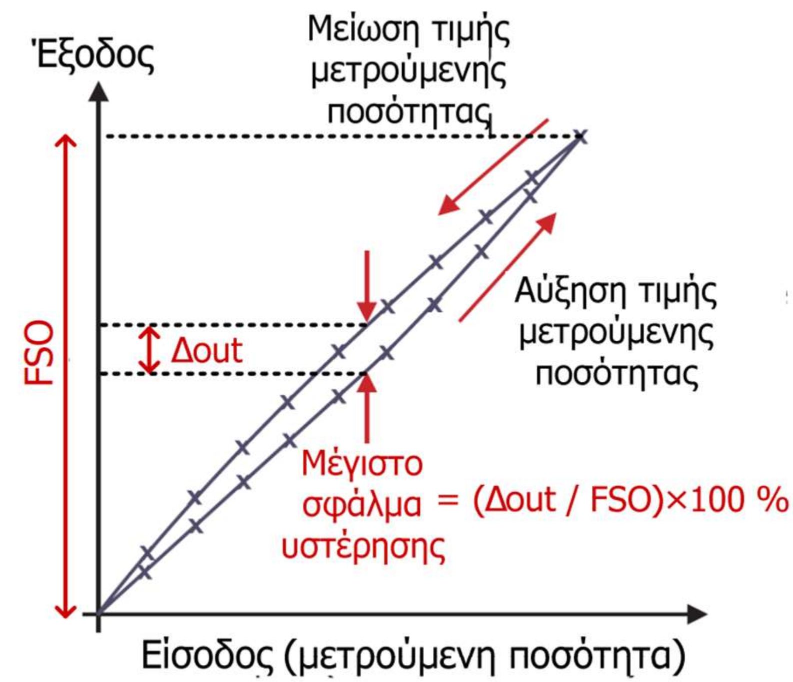
- Η διακριτική ικανότητα, όπως και αρκετά από τα χαρακτηριστικά των αισθητήρων, αποτελεί γενικότερο χαρακτηριστικό των οργάνων / συστημάτων μέτρησης

Παράδειγμα: η διακριτική ικανότητα ενός ψηφιακού βολτομέτρου με ενδείκτη (display) 3 ψηφίων και μέγιστη ένδειξη 99.9 V είναι 0.1 V (βήμα διακριτότητας) ή (0.1 / 99.9) x 100 = 0.1 %.
Για παράδειγμα, το όργανο μπορεί να διακρίνει και να μας δείξει τις τιμές τάσης 12.4 V και 12.5 V, αλλά δε έχει τη δυνατότητα να διακρίνει τιμές μεταξύ αυτών.

Υστέρηση

Η υστέρηση (hysterisis) είναι χαρακτηριστικό ενός αισθητήρα που προκαλεί διαφορές στην έξοδό του, όταν η κατεύθυνση μεταβολής της εισόδου του αντιστραφεί (από αυξανόμενη γίνει μειούμενη ή αντιστρόφως).

- Υστέρηση εμφανίζεται συνήθως σε αισθητήρες με κινητά μέρη που επηρεάζονται από τριβή, μηχανική τάση ή μαγνητικά φαινόμενα.
- Η απόκλιση των λαμβανομένων μετρήσεων (τιμών εξόδου) για την ίδια τιμή εισόδου, αλλά για διαφορετική κατεύθυνση μεταβολής της, αναφέρεται ως σφάλμα υστέρησης και για κάθε τιμή εισόδου εκφράζεται ως η *διαφορά των τιμών εξόδου* ή ως *ποσοστό της περιοχής τιμών εξόδου (FSO)* του αισθητήρα:



$$\text{Σφάλμα υστέρησης} = \frac{\text{Διαφορά τιμών εξόδου για την ίδια είσοδο}}{\text{FSO}} \cdot 100\ (\%)$$

Επαναληψιμότητα

Επαναληψιμότητα (repeatability): βαθμός κατά τον οποίο ο αισθητήρας παράγει το ίδιο αποτέλεσμα όταν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές τροφοδοτείται με την ίδια είσοδο (εκφράζεται σε απόλυτο νούμερο ή ως ποσοστό). Αναφέρεται και ως ευστοχία (precision).

→ Δεν πρέπει να συγχέεται με την ακρίβεια, αφού ένας αισθητήρας μπορεί να δίνει παρόμοια έξοδο πολλές φορές για συγκεκριμένη είσοδο, αλλά εάν υπάρχει σημαντικό σφάλμα, η έξοδος δεν είναι ακριβής.

$P = 1 - |(x-m)/m|$ (ή %)

x: έξοδος (αποτέλεσμα μέτρησης)
m: μέση τιμή σειράς εξόδων (μετρήσεων) για την ίδια είσοδο

Άσκηση 1η

Η τάση στα άκρα μιας μπαταρίας μετρήθηκε 8 φορές με ένα πολύμετρο και έδωσε τις ακόλουθες τιμές:

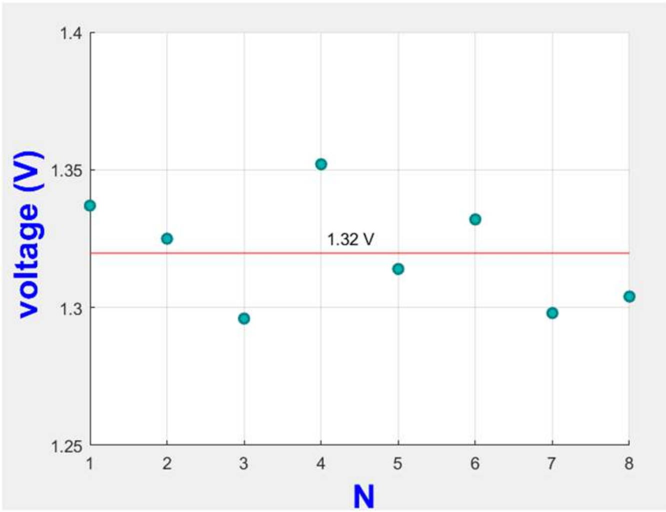
1.337	**1.325**	**1.296**	**1.352**	**1.314**	**1.332**	**1.298**	**1.304**

Βρείτε μια εκτίμηση για τη μετρούμενη τάση και την αβεβαιότητα της μέτρησης.

Λύση:

Μια εκτίμηση για την τάση της μπαταρίας προκύπτει από τη μέση τιμή: $m = \bar{V} = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} V_i = 1.32V$

Η τυπική απόκλιση είναι: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{8-1}\sum_{i=1}^{8}(m - V_i)^2} = 0.02$



Συνεπώς, η τάση στα άκρα της μπαταρίας είναι ίση με $\mathbf{1.32 \pm 0.02\ V}$

Άσκηση $2^{η}$

Αν στους ακροδέκτες ενός κυκλώματος η αναμενόμενη τιμή τάσης είναι 30 Volts και η μέτρηση μας με ένα πολύμετρο (σε λειτουργία βολτόμετρου, το οποίο και θεωρείται και το σύστημα μέτρησής μας) είναι 31.5 Volts, ποιο είναι το απόλυτο και ποιο το εκατοστιαίο σφάλμα του συστήματος μέτρησης?

Λύση:

$$e = |r-x|$$

$$e\,(\%) = (|r-x|/r)\ 100\ \%$$

r: αναμενόμενη τιμή (πραγματική)

X: αποτέλεσμα μέτρησης (τιμή εξόδου συστήματος μέτρησης)

Άρα το απόλυτο σφάλμα του συστήματος μέτρησης είναι:

$$e = |30 - 31.5| = 1.5 \text{ Volts}$$

Αντίστοιχα, το σχετικό σφάλμα του συστήματος μέτρησης είναι:

$$e\,(\%) = [|30 - 31.5| \,/\, 30]\cdot 100 = 5\ \%$$

Άσκηση $3^η$

Αν στους ακροδέκτες ενός κυκλώματος η αναμενόμενη τιμή τάσης είναι 30 Volts και η μέτρηση μας με ένα πολύμετρο (σε λειτουργία βολτόμετρου, το οποίο και θεωρείται και το σύστημα μέτρησής μας) είναι 31.5 Volts, ποια είναι η σχετική και ποια η εκατοστιαία ακρίβεια του συστήματος μέτρησης?

Λύση:

$$A = 1 - |(r-x)/r|$$

$$A\ (\%) = [1 - |(r-x)/r|]\ 100\ \%$$

r: αναμενόμενη τιμή (πραγματική)

X: αποτέλεσμα μέτρησης (τιμή εξόδου συστήματος μέτρησης)

Άρα η σχετική ακρίβεια του συστήματος μέτρησης είναι:

$$A = 1 - |30 - 31.5| / 30 = 0.95$$

Η εκατοστιαία ακρίβεια του συστήματος μέτρησης είναι:

$$A\ (\%) = [1 - |30 - 31.5| / 30] \cdot 100 = 95\ \%$$

Άσκηση 4η

Σε ένα κλάδο ενός κυκλώματος, ελήφθησαν οι ακόλουθες μετρήσεις με κατάλληλη σύνδεση ενός αναλογικού αμπερομέτρου σε αυτό:

21.5 mA	22.1 mA	21.3 mA	21.7 mA	22.0 mA	22.2 mA	21.8 mA	21.4 mA	21.9 mA	22.1 mA

Να υπολογιστεί η μέση τιμή των μετρήσεων καθώς και η τυπική απόκλιση.

Λύση:

Η μέση τιμή των μετρήσεων αποτελεί προσέγγιση της πραγματικής τιμής του μεγέθους. Υπολογίζεται παρακάτω:

$$m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \Rightarrow m = \frac{21.5 + 22.1 + 21.3 + 21.7 + 22.0 + 22.2 + 21.8 + 21.4 + 21.9 + 22.1}{10} \text{mA} = 21.8\,\text{mA}$$

Η τυπική απόκλιση εκφράζει το βαθμό συγκέντρωσης των μετρήσεων γύρω από τη μέση τιμή. Υπολογίζεται ως:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (m - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{10} (21.8 - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = 0.32\,\text{mA}$$

Άσκηση 5η

Οι μετρήσεις μιας αντίστασης ακολουθούν κανονική κατανομή. Δέκα από αυτές δίνονται παρακάτω.

10.2 Ω	**10.5 Ω**	**10.7 Ω**	**10.7 Ω**	**10.6 Ω**	**10.8 Ω**	**10.3 Ω**	**10.4 Ω**	**10.6 Ω**	**10.9 Ω**

Να προσεγγίσετε την πραγματική τιμής της αντίστασης με πιθανότητα 99.7%, με βάση τις μετρήσεις που ακολουθούν.

Λύση:

Η μέση τιμή των μετρήσεων της αντίστασης υπολογίζεται ως:

$$m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \Rightarrow m = \frac{10.2+10.5+10.7+10.7+10.6+10.8+10.3+10.4+10.6+10.9}{10}\,\Omega = 10.57\,\Omega$$

Η τυπική απόκλιση των μετρήσεων είναι: $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (m - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{9} \cdot \sum_{i=1}^{10} (10.57 - x_i)^2} \Rightarrow \sigma = 0.221\,\Omega$

Αφού οι μετρήσεις της αντίστασης ακολουθούν κανονική κατανομή, η πραγματική τιμή της αντίστασης με πιθανότητα 99.7% είναι: $m \pm 3 \cdot \sigma$ δηλαδή $10.57 \pm 0.663\ \Omega$

Άσκηση $6^η$

Για να ελέγξουμε την ποιότητα του επιλογέα θερμοκρασίας ενός οικιακού φούρνου τον θέτουμε στους 100 ^oC και εκτελούμε μια σειρά μετρήσεων. Αν η ακολουθία των μετρήσεων είναι:

99 ^oC	**103 ^oC**	**100 ^oC**	**97 ^oC**	**100 ^oC**	**103 ^oC**	**98 ^oC**	**107 ^oC**	**106 ^oC**	**98 ^oC**

Να προσδιορίσετε την επαναληψιμότητα (precision) για την $4^η$ μέτρηση.

Λύση:

Ο μέσος όρος της ακολουθίας των μετρήσεων είναι:

$$m = (99+103+100+97+100+103+98+107+106+98) / 10 = 101.1\ ^oC$$

Επομένως η επαναληψιμότητα για την $4^η$ μέτρηση θα είναι:

$$P = 1-|(x-m)/m|$$

x: αποτέλεσμα μέτρησης

m: μέση τιμή ακολουθία μετρήσεων για την ίδια είσοδο

$$P = 1 - |97 – 101.1| / 101.1 = 0.96 \text{ ή } 96\%$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε σημαίνει ότι η $4^η$ μέτρηση είναι κοντά στις υπόλοιπες μετρήσεις που πήραμε, κατά ποσοστό 96%.

Άσκηση $7^{η}$

Η τιμή της τάσης στα άκρα μιας αντίστασης υπολογίστηκε με βάση τη μέτρηση του ρεύματος που διαρρέει την αντίσταση και τη μέτρηση της αντίστασης. Αν από τις μετρήσεις των 2 αυτών μεγεθών προκύπτει ότι $\mathbf{I = (0.25 \pm 0.005)\ A}$ και **R**$= \mathbf{(40 \pm 2)\ \Omega}$**,** να υπολογίσετε *το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα* και το *μέγιστο δυνατό εκατοστιαίο σφάλμα* της υπολογιζόμενης τιμής της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα της αντίστασης. Θεωρείστε ότι η πραγματική τιμή της τάσης είναι 10V.

Λύση:

Οι μέγιστες τιμές που μπορούν να λάβουν οι 2 μετρούμενες ποσότητες είναι (0.25+0.005) και (40+2), ενώ οι ελάχιστές τιμές που μπορούν να λάβουν αντίστοιχα είναι (0.25-0.005) και (40-2). Έτσι η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της τάσης που αποτελεί το γινόμενο των 2 ποσοτήτων ($V = I * R$) είναι:

$$V_{max} = (0.25 + 0.005) \cdot (40 + 2) \Rightarrow V_{max} = 10.71\,\mathrm{V}$$

$$V_{min} = (0.25 - 0.005) \cdot (40 - 2) \Rightarrow V_{min} = 9.31\,\mathrm{V}$$

Το μέγιστο δυνατό απόλυτο σφάλμα της υπολογιζόμενης τιμής τάσης είναι: e = | 10 – 10.71 | V = 0.71 V.

Το μέγιστο δυνατό εκατοστιαίο σφάλμα είναι: e(%) = (0.71 / 10)· 100 = 7.1 %

Παλινδρόμηση

Παλινδρόμηση (regression): ονομάζεται η μέθοδος με την οποία μπορεί να περιγραφεί ένα σύνολο σημείων (x_i, y_i) από κάποια καμπύλη (συνάρτηση). Ανάλογα με την μορφή της καμπύλης καθορίζεται και ο τύπος της παλινδρόμησης.

Οι κυριότεροι τύποι παλινδρόμησης είναι οι παρακάτω (στη δεξιά πλευρά αναγράφεται και η αντίστοιχη μορφή της εξίσωσης για κάθε περίπτωση):

- **Γραμμική παλινδρόμηση** (linear regression) $y = \alpha + b \cdot x$
- **Εκθετική παλινδρόμηση** (exponential regression) $q = A \cdot r^t$
- **Πολυωνυμική παλινδρόμηση** (polynomial regression) $y = a_0 + a_0 \cdot x + a_1 \cdot x^2 + \cdots + a_{k-1} \cdot x^{k-1} + a_k \cdot x^k$

Γραμμική παλινδρόμηση

Η γραμμική παλινδρόμηση (linear regression) χρησιμοποιείται για την προσέγγιση της σχέσης δύο μεταβλητών ***X*** και ***Y***, με μια γραμμική εξίσωση της μορφής:

$$y = \alpha + b \cdot x$$

*όπου **a**, **b** σταθερές που πρέπει να υπολογιστούν με βάση τα ζεύγη των σημείων* $(\boldsymbol{X_i}, \boldsymbol{Y_i})$

Η γραμμική παλινδρόμηση, <u>είναι η απλούστερη περίπτωση παλινδρόμησης</u> από όλες. Η περίπτωση της γραμμικής παλινδρόμησης καλύπτει και την περίπτωση μιας σχέσης σε μορφή δύναμης (όπως είναι η *εκθετική παλινδρόμηση*) της μορφής $q = A \cdot r^t$

Με λογαρίθμιση των δύο μελών, η σχέση μετασχηματίζεται σε εξίσωση ευθείας, <u>με μεταβλητές τους λογάριθμους των ποσοτήτων</u>: $\log(q) = \log(A) + t \cdot \log(r)$

Γραμμική παλινδρόμηση & μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

- Αρχικά και πριν τη προσέγγιση των δεδομένων με κάποια γραμμική εξίσωση, είναι χρήσιμο να *τοποθετήσουμε τα δεδομένα σε άξονες* ώστε να υπάρχει μια «αρχική αίσθηση» για το βαθμό της συσχέτισής τους. Αν για παράδειγμα δεν εμφανίζεται κάποιου είδους συσχέτιση όπως π.χ. η αυξητική τάση μιας μεταβλητής όταν αυξάνεται η άλλη, ή το αντίθετο, τότε η μοντελοποίηση της σχέσης τους με γραμμική παλινδρόμηση, δεν θα μας δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

- Θεωρούμε ότι μεταξύ των μεγεθών ***x*** και ***y*** υπάρχει μια γραμμική σχέση της μορφής για τα ***N*** σημεία της μέτρησης $(y_1, y_2, \cdots, y_N)$, $(x_1, x_2, \cdots, x_N)$

Η απόκλιση κάθε ζεύγους (x_i, y_i) από την εξίσωση της ευθείας είναι: $d_i = y_i - (a + b \cdot x_i)$

Η βέλτιστη ευθεία που περιγράφει το σύνολο των μετρήσεων προκύπτει όταν το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων είναι ελάχιστο.

Η θέση του ελαχίστου βρίσκεται αν υπολογίσουμε τις μερικές παραγώγους $\frac{\partial S}{\partial a}$ και $\frac{\partial S}{\partial b}$ εξισώσουμε με το μηδέν και επιλύσουμε το σύστημα εξισώσεων.

Γραμμική παλινδρόμηση & μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων: $S = \sum_{i=1}^{N} d_i^2 = \sum_{i=1}^{N} (y_i - a - b \cdot x_i)^2$

<u>Σύστημα εξισώσεων</u>:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \sum_{i=1}^{N} 2 \cdot (y_i - a - b \cdot x_i) \cdot (-1) = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N} 2 \cdot (y_i - a - b \cdot x_i) \cdot (-x_i) = 0$$

Οι τιμές των σταθερών συντελεστών ***a, b*** δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i) - N\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\bar{x}^2}$$

Όπου $\bar{x}$ και $\bar{y}$ είναι η μέση τιμή του x και του y αντίστοιχα

Γραμμική παλινδρόμηση & μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

<u>Παράδειγμα</u>:
Κατά τη διαδικασία ρύθμισης (calibration) ενός αισθητήρα μετατόπισης καταγράψαμε τις ακόλουθες τιμές εξόδου για τις διάφορες τιμές μετατόπισης:

Μετατόπιση (cm)	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
Τάση (V)	2.1	4.3	6.2	8.5	10.7	12.6	14.5	16.3	18.3	21.2

Να υπολογίσετε και να σχεδιάσετε **1)** τη βέλτιστη ευθεία που περιγράφει την καμπύλη ρύθμισης του αισθητήρα και **2)**με βάση αυτή να εκτιμήσετε την έξοδο για μετατόπιση ίση με 4.5 cm.

<u>Λύση</u>:

1) Εφαρμόζοντας τις σχέσεις για τους συντελεστές ***a*** και ***b*** έχουμε:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

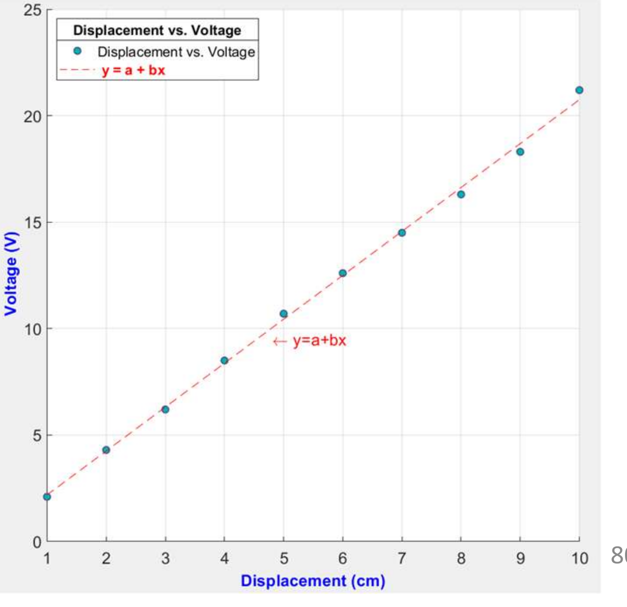
$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i) - N\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\bar{x}^2}$$

***a** = 0.1267* και ***b** = 2.0624*

Η εξίσωση λοιπόν της γραμμικής παλινδρόμησης είναι:

$$y = 0.1267 + 2.0624 \cdot x$$

2) Για <u>*x = 4.5 cm*</u>, η τάση εξόδου είναι ίση με ***9.408 V***



Εκθετική παλινδρόμηση

Στην εκθετική παλινδρόμηση για την προσέγγιση ενός συνόλου ζευγών (t_i, q_i) χρησιμοποιείται μια εξίσωση της μορφής:

$$q = A \cdot r^t$$

Για να υπολογίσουμε τους όρους *A* και *r* της εξίσωσης, τη μετατρέπουμε αρχικά σε γραμμική σχέση όπου με λογαρίθμιση και στα δύο μέλη έχουμε:

$$\log(q) = \log(A) + t \cdot \log(r)$$

Θέτουμε τώρα ***Y = log(q)*** και ***X = t*** και η προηγούμενη εξίσωση γίνεται: $y = \alpha + b \cdot x$

Εφαρμόζοντας γραμμική παλινδρόμηση για τις μεταβλητές *X* και *Y*, υπολογίζονται η κλίση ***b=log(r)*** και η παράμετρος ***log(A)***. Στη συνέχεια υπολογίζονται οι τιμές των παραμέτρων *A* και *r* από τις παρακάτω σχέσεις:

$$A = 10^a$$

$$r = 10^b$$

Πολυωνυμική παλινδρόμηση

Στη γενική περίπτωση παλινδρόμησης η σχέση μεταξύ των δεδομένων (μεγεθών) ***x*** και ***y*** περιγράφεται από ένα πολυώνυμο **βαθμού *k***, της ακόλουθης μορφής:

$$y = a_0 + a_0 \cdot x + a_1 \cdot x^2 + \cdots + a_{k-1} \cdot x^{k-1} + a_k \cdot x^k$$

Η <u>απόκλιση κάθε ζεύγους</u> (x_i, y_i) από το πολυώνυμο παλινδρόμησης σε αυτή την περίπτωση είναι:

$$d_i = y_i - (a_0 + a_0 \cdot x + a_1 \cdot x^2 + \cdots + a_{k-1} \cdot x^{k-1} + a_k \cdot x^k)$$

Όπως και στην προηγούμενη περίπτωση (της γραμμικής παλινδρόμησης), η βέλτιστη λύση επιτυγχάνεται <u>όταν το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων είναι ελάχιστο</u>.

$$S = \sum_{i=1}^{N} d_i^2$$

Το σημείο ελαχίστου βρίσκεται αντίστοιχα όπως και πριν, αν υπολογίσουμε και θέσουμε τις ***k* *μερικές παραγώγους*** $\frac{\partial S}{\partial \alpha_o}, \cdots, \frac{\partial S}{\partial \alpha_\kappa}$ **ίσες με το μηδέν** και επιλύσουμε το σύστημα εξισώσεων.

Συντελεστής συσχέτισης

Μπορούμε να εξακριβώσουμε το βαθμό συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών μέσω του υπολογισμού του ***συντελεστή συσχέτισης*** (correlation coefficient) $\boldsymbol{r}$, ο οποίος ορίζεται από τη παρακάτω σχέση:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2\right] \cdot \left[\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2\right]}}$$

- Ο συντελεστής συσχέτισης παίρνει τιμές στο διάστημα **[-1, 1]**. Όταν είναι ίσος με 1 ή -1, οι δυο μεταβλητές έχουν γραμμική συσχέτιση μεταξύ τους. Όταν παίρνει θετικές τιμές, οι δυο μεταβλητές έχουν ***θετική συσχέτιση*** (όταν αυξάνεται η μία, αυξάνεται και η άλλη), ενώ ***αρνητική συσχέτιση*** έχουν στην αντίθετη περίπτωση (όταν αυξάνεται η μία, μειώνεται και η άλλη).
- Όταν $\boldsymbol{r} \rightarrow \boldsymbol{0}$, οι δύο μεταβλητές δεν συσχετίζονται.
- Όταν $\boldsymbol{r} \rightarrow \boldsymbol{1}$, τότε υπάρχει μεγάλος βαθμός συσχέτισης μεταξύ των δεδομένων και η εφαρμογή της διαδικασίας παλινδρόμησης είναι επιθυμητή.

Συντελεστής συσχέτισης

Στη γραμμική παλινδρόμηση χρησιμοποιείται επίσης το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης ($\boldsymbol{r^2}$) ο οποίος **εκφράζει το ποσοστό της μεταβλητότητας της παραμέτρου *Y* που εκτιμάται σωστά από ένα μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης** (το οποίο αναπτύσσουμε με βάση τα ζεύγη (x_i, y_i).

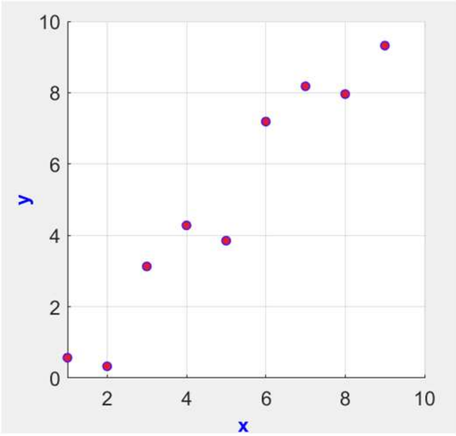
Παράδειγμα: αν ο συντελεστής συσχέτισης δύο μεταβλητών είναι $r = 0.9$, σημαίνει ότι ένα μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης που θα προσεγγίζει τη σχέση των δυο μεταβλητών, θα εξηγεί το 81% της μεταβολής των τιμών της μεταβλητής Y.

Συντελεστής συσχέτισης

Παράδειγμα 1:

Εξετάστε το βαθμό συσχέτισης στα παρακάτω δεδομένα:

x	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
y	0.57	0.33	3.13	4.28	3.85	7.19	8.18	7.96	9.32	10.17



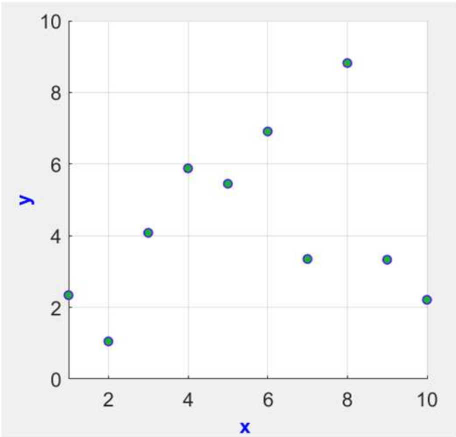
Λύση:

Εφαρμόζοντας στα δεδομένα τον προηγούμενο τύπο, ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ *x* και *y* είναι ίσος με $r = 0.97$. Επομένως, καθώς $r \to 1$, ο βαθμός συσχέτιση στα δεδομένα είναι υψηλός.

Παράδειγμα 2:

Εξετάστε το βαθμό συσχέτισης στα παρακάτω δεδομένα:

x	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
y	2.34	1.05	4.08	5.88	5.45	6.91	3.35	8.82	3.33	2.21



Λύση:

Εφαρμόζοντας στα δεδομένα τον προηγούμενο τύπο, ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ *x* και *y* είναι ίσος με $r = 0.24$. Επομένως συμπεραίνουμε ότι τα δεδομένα αυτά είναι σχεδόν ασυσχέτιστα μεταξύ τους.

Γραμμική παλινδρόμηση

Παράδειγμα:

Για τα ζεύγη τιμών που δίνονται στο παρακάτω πίνακα: **1)** Υπολογίστε την εξίσωση της ευθείας που προσεγγίζει καλύτερα τα δεδομένα, **2)** Υπολογίστε το συντελεστή συσχέτισης ($\boldsymbol{r}$) και το τετράγωνο του συντελεστή συσχέτισης ($\boldsymbol{r^2}$) και σχολιάστε σύντομα τα αποτελέσματά σας.

x	1	3	4	5	8
y	5	3	6	8	9

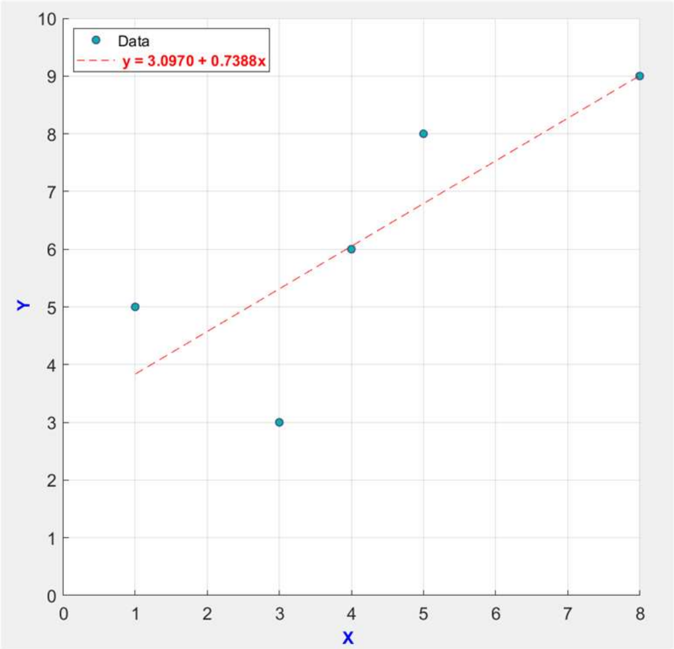
Λύση:

1) Εφαρμόζοντας τις σχέσεις για τους συντελεστές ***a*** και ***b*** έχουμε:

$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$ *a =3.0970*

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i) - N\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\bar{x}^2}$$ *b =0.7388*

Άρα, η εξίσωση της ευθείας που προσεγγίζει καλύτερα τα δεδομένα είναι: $y = 3.0970 + 0.7388 \cdot x$



2) Ο συντελεστής συσχέτισης των 2 μεταβλητών είναι $\boldsymbol{r = 0.8}$ που σημαίνει ότι οι τιμές της μεταβλητής Y, αυξάνονται όταν αυξάνονται οι αντίστοιχες τιμές της X και επίσης η γραμμική εξίσωση που υπολογίσαμε πριν για τη σχέση των 2 μεταβλητών, εξηγεί κατά **64%** (αφού $\boldsymbol{r^2 = 0.64}$) τη διακύμανση των τιμών της παραμέτρου Y.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})\,(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2\right] \cdot \left[\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2\right]}}$$

Αβεβαιότητα

Η έννοια της ***αβεβαιότητας*** (uncertainty), συγχέεται πολλές φορές με την έννοια του σφάλματος. Το σφάλμα αναφέρεται στη πραγματική διαφορά μεταξύ της μέτρησης και της αναμενόμενης (εικαζόμενης) τιμής, ενώ η αβεβαιότητα αναφέρεται στο κατά πόσο σωστή είναι η μετρήσιμη τιμή του μεγέθους.

Στη περίπτωση ενός *συστήματος μέτρησης*, η αβεβαιότητα αποτελεί άθροισμα:

- της αβεβαιότητας $\boldsymbol{u_c}$ που παρατηρείται λόγω **μέτρησης** και
- της αβεβαιότητας $\boldsymbol{u_o}$ του ίδιου του **μετρητικού οργάνου**

Η αβεβαιότητα σχεδίασης $\boldsymbol{u_d}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $u_d = \sqrt{u_c^2 + u_o^2}$

Η αβεβαιότητα του οργάνου $\boldsymbol{u_0}$ υπολογίζεται από τη σχέση: $u_0 = \pm\left(\frac{διακριτικη\ ικανοτητα\ οργανου}{2}\right)$

Αναφερόμαστε στη **τελική συνδυασμένη αβεβαιότητα** (combined uncertainty) όταν το μετρητικό σύστημά αποτελείται από υποσυστήματα, όπου το κάθε ένα φέρει το δικό του συντελεστή αβεβαιότητας.

Ισχύει τότε: $u_d = \pm\sqrt{(u_{d1})^2 + (u_{d2})^2 + \cdots + (u_{dn})^2}$

Αβεβαιότητα

Παράδειγμα:
Υπολογίστε την αβεβαιότητα u_d ενός αναλογικού οργάνου μέτρησης της ωμικής αντίστασης, όταν σε αυτό ο δείκτης δείχνει τιμή 150ΚΩ σε βαθμονομημένη κλίμακα ανά 2ΚΩ. Το όργανο έχει ακρίβεια μέτρησης $\pm 2\%$.

Λύση:

Από την αβεβαιότητα μηδενικής τάξης υπολογίζουμε το συντελεστή $\boldsymbol{u_0}$ ο οποίος είναι:

$$u_0 = \pm\left(\frac{\delta\iota\alpha\kappa\rho\iota\tau\iota\kappa\eta\ \iota\kappa\alpha\nu o\tau\eta\tau\alpha\ o\rho\gamma\alpha\nu o\upsilon}{2}\right) = \frac{2K}{2} = \pm 1K$$

Η αβεβαιότητα της μέτρησης για την τιμή των 150ΚΩ υπολογίζεται ως:

$$u_c = \mu\varepsilon\tau\rho\eta\sigma\eta \pm 2\% = 150\ \mathrm{K} \pm 2\% = \pm 3\ K\Omega$$

Άρα η συνολική αβεβαιότητα που προκύπτει είναι:

$$u_d = \pm\sqrt{u_c^2 + u_o^2} = \pm\sqrt{1^2 + 3^2} = \pm 3.16\ K\Omega$$

Άσκηση 1η

Κατά την διαδικασία βαθμονόμησης ενός αισθητήρα θερμοκρασίας με έξοδο ηλεκτρική τάση, προέκυψε ο παρακάτω πίνακας μετρήσεων.

α) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα των μετρήσεων του πίνακα (καμπύλη ρύθμισης αισθητήρα), να προσδιορίσετε την ***περιοχή τιμών θερμοκρασίας και τάσης***, όπου ο αισθητήρας παρουσιάζει γραμμική συμπεριφορά και με βάση την γραμμική περιοχή που θα προκύψει να υπολογίσετε την ***ευαισθησία*** του αισθητήρα μέτρησης, αναφέροντας και τις μονάδες στις οποίες αυτή εκφράζεται.

β) Με βάση τις μετρήσεις του πίνακα, με τις οποίες σχεδιάσατε την καμπύλη ρύθμισης του αισθητήρα, να προσδιορίσετε τη μέγιστη περιοχή (***εύρος***) ***τιμών εισόδου (FSI)*** και ***εξόδου (FSO)*** του, καθώς και το ***μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας*** του αισθητήρα εκφρασμένο στη μονάδα μέτρησης της εξόδου του, αλλά και εκφρασμένο ως ποσοστό του FSO.

Θερμοκρασία (°C)	Τάση εξόδου (mV)
0	1
10	3
20	22
30	32
40	42
50	52
60	62
70	72
80	81
90	110
100	112
110	113

Άσκηση 1^{η} (συνέχεια)

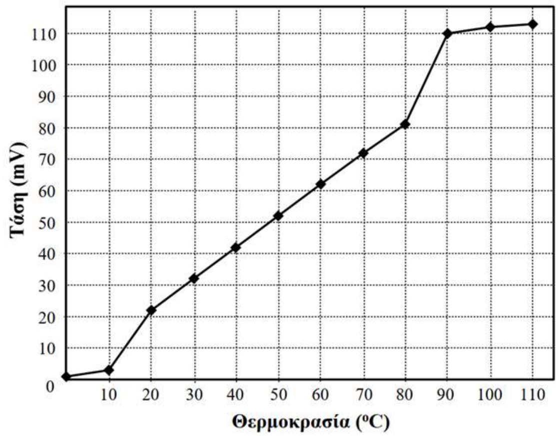
Θερμοκρασία (°C)	Τάση εξόδου (mV)
0	1
10	3
20	22
30	32
40	42
50	52
60	62
70	72
80	81
90	110
100	112
110	113

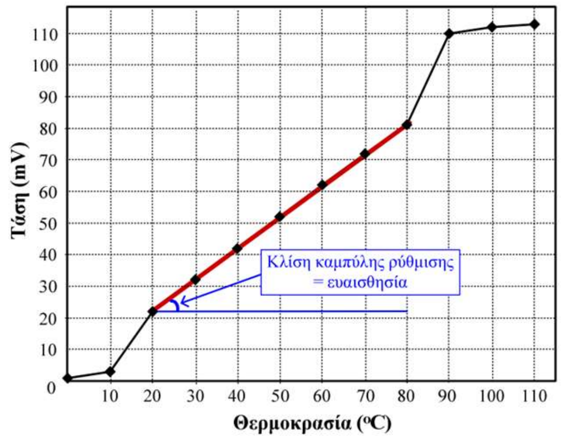
Λύση:

α)

Καμπύλη ρύθμισης αισθητήρα

(διάγραμμα των μετρήσεων του πίνακα)



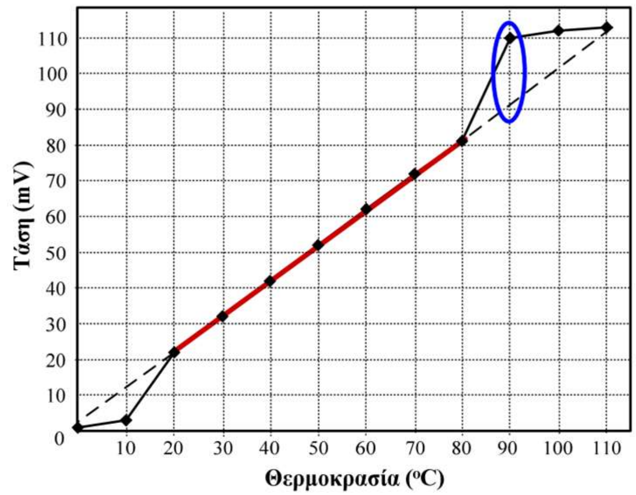


- Η γραμμική περιοχή του αισθητήρα περιορίζεται στην περιοχή τιμών εισόδου από **20 °C έως 80 °C**.
- Η αντίστοιχη περιοχή τιμών εξόδου είναι από 22 mV έως 81 mV.
- Η *ευαισθησία του αισθητήρα* μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις ακραίες τιμές της γραμμικής περιοχής

$$\text{Ευαισθησία} = \frac{[\text{Μέγιστη τιμή εξόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εξόδου}]}{[\text{Μέγιστη τιμή εισόδου}] - [\text{Ελάχιστη τιμή εισόδου}]} = \frac{(81-22)\,\text{mV}}{(80-20)\,^{o}\text{C}} = 0.98\,\frac{\text{mV}}{^{o}\text{C}}$$

<u>Άσκηση 1η</u> (συνέχεια)

β)



- Η περιοχή (εύρος) τιμών εισόδου (**FSI**) του αισθητήρα είναι από **0 έως 110 °C** ή **110 °C**.
- Η περιοχή (εύρος) τιμών εξόδου (**FSO**) του αισθητήρα είναι **από 0 έως 113 mV** ή **113 mV**.
- Η μέγιστη απόκλιση της τάσης (έξοδος) από την ιδανική γραμμική καμπύλη ρύθμισης συμβαίνει για θερμοκρασία (είσοδος) 90 °C και είναι 19 mV (**μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας, ΜΣΓ**).
- Αντίστοιχα το μέγιστο σφάλμα μη γραμμικότητας <u>εκφρασμένο ως ποσοστό του FSO</u> είναι:

$$\frac{\text{ΜΣΓ}}{FSO} \times 100 = \frac{19\ mV}{113\ mV} \times 100 = 16.8\ \%$$

Άσκηση 2η

Για τα ζεύγη τιμών που δίνονται στο παρακάτω πίνακα, να υπολογίσετε τη *στατική ευαισθησία Κ* για κάθε Χ και να σχεδιάσετε τη γραφική απεικόνισή της.

X	1.1	3.0	6.5	8.6	9.9
y	0.8	1.8	5.1	6.2	7.7

Λύση:

Η κλίση της γραμμής τάσης $y = \alpha + b \cdot x$ προσδιορίζει τη στατική ευαισθησία ή το κέρδος του του αισθητήρα απέναντι στο ερέθισμα. Ο κάθε όρος της εξίσωσης (*a*, *b*) υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

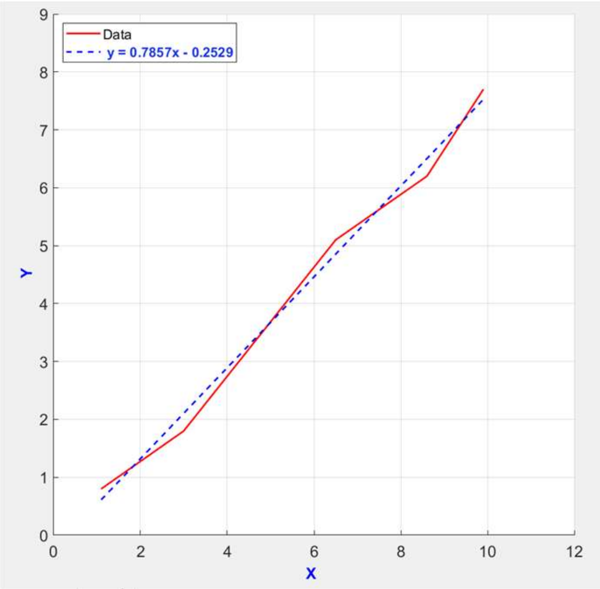
a = -0.2529

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i y_i) - N\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\bar{x}^2}$$

b =0.7857

Η συνάρτηση της γραμμής που υπολογίσαμε δίνεται από την εξίσωση:

$$y = 0.7857 \cdot x - 0.2529$$



Άσκηση 3η

Με βάση τον παρακάτω πίνακα αριστερά, ο οποίος περιέχει τα δεδομένα βαθμονόμησης ενός οργάνου μέτρησης τάσης να υπολογιστεί η μέγιστη υστέρηση που παρουσιάζει το όργανο σε εύρος πλήρους κλίμακας. Δίνεται εύρος εισόδου οργάνου 10mV.

Αύξουσα τιμή τάσης εισόδου		Φθίνουσα τιμή τάσης εισόδου	
X (mV)	**Y (mV)**	**X (mV)**	**Y (mV)**
0.0	0.22	10.0	10.03
1.0	1.22	9.0	9.01
2.0	2.21	8.0	8.0
3.0	3.1	7.0	7.01
4.0	4.25	6.0	6.43
5.0	5.15	5.0	5.14
6.0	6.22	4.0	4.35
7.0	6.91	3.0	3.25
8.0	8.11	2.0	2.32
9.0	9.05	1.0	1.32
10.0	10.05	0.0	0.31

Λύση: Για να βρούμε τη μέγιστη υστέρηση υπολογίζουμε τη διαφορά μεταξύ των τιμών μέτρησης για το ίδιο σημείο. Έτσι σχηματίζουμε τον πίνακα:

X (mV)	Y (αύξουσα τάση) (mV)	Y (φθίνουσα τάση) (mV)	Υστέρηση (mV)
0.0	0.22	0.31	0.09
1.0	1.22	1.32	0.1
2.0	2.21	2.32	0.11
3.0	3.1	3.25	0.15
4.0	4.25	4.35	0.1
5.0	5.15	5.14	-0.01
6.0	6.22	6.43	0.21
7.0	6.91	7.01	0.1
8.0	8.11	8.0	-0.11
9.0	9.05	9.01	-0.04
10.0	10.05	10.03	-0.02

Η μέγιστη υστέρηση εμφανίζεται στο σημείο 6 με τιμή 0.21 mV. Σε εύρος πλήρους κλίμακας υπολογίζεται:

$$\%(e_h)_{max} = 100 \times \left(\frac{0.21\,mV}{10\,mV}\right) = 2.1\%$$

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Βιβλιογραφία

1. Ζ. Καμαριανάκης, Συστήματα Μετρήσεων (6.001), Διαλέξεις μαθήματος 6ου Εξαμήνου ΗΜΜΥ, 2023
2. P. Elgar, Αισθητήρες μέτρησης και ελέγχου, Εκδόσεις Τζιόλα, 2003.
3. Κ. Καλαϊτζάκης, Ε. Κουτρούλης, Ηλεκτρικές μετρήσεις και αισθητήρες: Αρχές λειτουργίας και σχεδιασμός των ηλεκτρονικών συστημάτων μέτρησης, Εκδόσεις Κλειδάριθμος, 2010.
4. Κ. Καλοβρέκτης, Ν. Κατέβας, Αισθητήρες μέτρησης και ελέγχου, 3η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2021.
5. Β. Πετρίδης, Μετρήσεις. Ηλεκτρικές Μετρήσεις και Συστήματα Μετρήσεων, Εκδόσεις Ζήτη, 2013.
6. Σ. Ι. Λουτρίδης, Τεχνολογία Μετρήσεων & Αισθητήρων, Εκδόσεις ΙΩΝ, 2008.
7. Β. Μπιτζιώνης, Ηλεκτρικές Μετρήσεις. Θεωρία & Εφαρμογή, 2η έκδοση, Εκδόσεις Τζιόλα, 2000.