

Αριθμητική Γραμμική Άλγεβρα

Σμυρνάκης Ιωάννης

Εδώ μ είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας

1) Λύστε το σύστημα με την μέθοδο της απαλοιφής Gauss:

$$\begin{aligned}x + y + z &= \mu \\x + 3y + 3z &= 0 \\x + 3y + 6z &= 3\end{aligned}$$

Δώστε την τελική μορφή του επαυξημένου πίνακα και γράψτε αναλυτικά την διαδικασία.

2) Αποδείξτε ότι αν τα v_1, v_2, v_3 είναι γραμμικά ανεξάρτητα, τότε και τα $w_1 = v_1 + (\mu + 1)v_2$, $w_2 = v_1 + (\mu + 1)v_3$ και $w_3 = v_2 + (\mu + 1)v_3$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

3) Βρείτε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα $A = \begin{pmatrix} \mu + 1 & -1 & 2 \\ \mu & 1 & 1 \\ \mu & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

4) Βρείτε τις ιδιοτιμές του πίνακα $A = \begin{pmatrix} \cos(\mu) & -\sin(\mu) \\ \sin(\mu) & \cos(\mu) \end{pmatrix}$. Γράψτε σε εκθετική μορφή τις μιγαδικές ιδιοτιμές. Βρείτε τα ιδιοδιανύσματα και διαγωνιοποιείστε τον πίνακα.

5) Δείξτε ότι τα διανύσματα $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ \mu + 2 \end{pmatrix}$ είναι γραμμικά ανεξάρτητα. Εφαρμόστε τον αλγόριθμο ορθοκανονικοποίησης Gram-Smith στα παραπάνω διανύσματα.

Οι λύσεις στα θέματα πρέπει να φωτογραφηθούν ή να σκαναριστούν και να σταλούν κατά προτίμηση σε μορφή ζιπαρισμένου pdf αρχείου μέχρι τις 12:45 στο smyrnakigrammikh@gmail.com. Μην χρησιμοποιήσετε we transfer γιατί μετά από λίγο τα αρχεία διαγράφονται και επίσης μην χρησιμοποιήσετε google drive.