ΑΡΙΘΜ. ΓΡΑΜ. ΑΛΓΕΒΡΑ

ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ **2** & **4** ΤΟ **n** ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΙ ΤΟΝ **ΑΜ** ΣΑΤΣ ΚΑΙ ΣΤΟ ΘΕΜΑ 5 ΤΟ **μ** ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΙ ΤΟ **ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ΨΗΦΙΟ** ΤΟΥ **ΑΜ** ΣΑΣ.ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΑ **ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΗΣΕΤΕ ΕΞ ΑΡΧΗΣ**,ΛΥΣΕΙΣ ΠΟΥ ΘΑ ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ **n** ΚΑΙ **μ ΔΕΝ ΘΑ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΘΟΥΝ**!

Θέμα 1 (**Κάθε** ερώτηση αντιστοιχεί σε **0.5** μονάδες. Για **κάθε** λάθος θα **αφαιρείται 0.25**)
Σ(ωστό) ή **Λ(άθος)** ; **απαντήστε χωρίς καμία εξήγηση**!
(**α**)Αν η **ορίζουσα** πίνακα Α είναι detA,=0, τότε ο Α **δεν** διαγωνιοποιείται
(β)Όταν ένας (τετραγωνικός) πίνακας έχει κάποια ιδιοτιμή λ= 0 τότε **δεν** αντιστρέφεται.
(γ)**Κάθε** πίνακας **αναστρέφεται.**
(δ) Κάθε τετραγωνικός πίνακας έχει και ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα

Θέμα 2

Δίνεται ο πίνακας Α = $\begin{pmatrix} 1 & 1-\iota \\ 1+\iota & -1 \end{pmatrix}$. όπου ι η **φανταστική μονάδα** (=$\sqrt{-1}$).

A**ποκλειστικά** με το **Θεώρημα Cayley-Hamilton** υπολογίστε (μέχρι τέλους!) τον A^n **.**

Θέμα 3

Για τον Α=$\begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2}-\iota \\ \sqrt{2}+\iota & -1 \end{pmatrix}$ βρείτε έναν **αντιστρέψιμο** πίνακα Ε και ένα **διαγώνιο** πίνακα D, έτσι ώστε

$A=EDE^{-1}$ και **επαληθεύστε** την εν λόγω ισότητα.

Θέμα 4
Αν ο **άγνωστος** 3x3 πίνακας Α έχει **φάσμα** spA={-ι, 0, ι}, όπου ι η **φανταστική μονάδα** (=$\sqrt{-1}$), βρείτε (μέχρι τέλους!) το **ίχνος** και την **ορίζουσα** του $B=2A^n-2A+2I$, όπου Ι ο ταυτοτικός 3x3 πίνακας .

Θέμα 5
Έστω Δ(x) η 4x4 **ορίζουσα** με γραμμές (3x, μ+x, -2, 1), (μ+x, -2, 1, 3x), (-2, 1, 3x, μ+x) και (1, 3x, μ+x, -2).Βρείτε **όλες τις ρίζες** της εξίσωσης Δ(x)= 0, (πραγματικές ή όχι και αν υπάρχει με την πολλαπλότητά τους).
Υπόδειξη: με τις ι**διότητες** των οριζουσών το πολυώνυμο Δ(x) **παραγοντοποιείται**